

Transferência de calor num escoamento entre placas paralelas de fluidos lei de potência, uma abordagem alternativa

Fábio Alexandre Matos de Caldas

Dissertação de Mestrado

Orientador

Paulo José da Silva Martins Coelho



Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Junho 2015

À minha mãe

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo estudar a transferência de calor de um escoamento em regime laminar completamente desenvolvido, entre placas paralelas de um fluido lei de potência, na presença de dissipação viscosa e de fluxos de calor constantes e diferentes em ambas as paredes. Para tal, foram utilizadas duas abordagens de cálculo, uma que é aceite na literatura atualmente, e uma outra cuja aplicabilidade se pretendeu estudar.

A abordagem que se pretendeu testar consiste na utilização de duas temperaturas de mistura para o cálculo do número de Nusselt, uma para cada zona de influência térmica correspondente a cada uma das paredes em análise. Esta abordagem contrasta com a abordagem utilizada atualmente uma vez que esta última pressupõe a utilização de apenas uma temperatura de mistura que corresponde a toda a secção de passagem do fluido e que origina inconsistências do ponto de vista físico na análise do número de Nusselt, i.e., valores infinitos e negativos. Com a utilização da abordagem proposta, deixam de se verificar as referidas inconsistências e os valores obtidos são diretamente comparáveis com os valores existentes na literatura para o caso em que o perfil de temperaturas é simétrico.

Após a obtenção do perfil de temperaturas, dividiu-se o mesmo em duas regiões de influência térmica. Para tal, utilizou-se o ponto onde a temperatura é mínima, uma vez que neste ponto o gradiente de temperaturas é nulo, i.e., não há transferência de calor na direcção perpendicular às paredes. Efetuou-se então uma análise em paralelo das duas abordagens com vista a analisar a influência, sobre a transferência de calor, do índice de potência, da geração de calor por dissipação viscosa e da razão de fluxos de calor das paredes.

Relativamente à análise da transferência de calor, concluiu-se que o índice de potência, estando relacionado com o perfil de velocidades, conduz a maiores coeficientes de transferência de calor quando apresenta valores baixos, para baixos números de Brinkman, verificando-se o oposto para números de Brinkman elevados. Verificou-se que o aumento da dissipação viscosa dificulta a transferência de calor dentro da conduta, uma vez que a geração de calor conduz a números de Nusselt menores e consequentemente, a maiores variações no perfil de temperaturas. Quanto à influência da razão de fluxos de calor, foi possível concluir que um aumento desta favorece o aumento da transferência de calor na parede de menor fluxo e diminui a transferência de calor na parede de maior fluxo.

Por último, concluiu-se que a nova abordagem, apesar de apresentar maior rigor do ponto de vista físico, torna-se difícil de aplicar devido à complexidade inerente ao cálculo das duas temperaturas de mistura, cuja solução só pode ser obtida numericamente.

Heat transfer in a fully developed flow between parallel plates of power-law fluids, an alternative approach

Abstract

The following paper has as goal the heat transfer study of a fully developed laminar flow between parallel plates of a power-law fluid, considering the effect of viscous dissipation and constant heat fluxes, different, in both walls. In order to do so, two different approaches were used, one widely accepted in the literature nowadays, and one other whose applicability was studied.

The new approach that was tested consists in the use of two bulk temperatures to the calculation of the Nusselt number, one to each zone of thermal influence corresponding to each wall on analysis. This approach is in contrast with the one used nowadays, as the latter assumes the use of only one bulk temperature, corresponding to the duct cross section and therefore, it leads to physical inconsistencies in the analysis of the Nusselt number, eg, infinite and negative values. Thus, using the new approach here proposed, this inconsistencies disappear and the values reached are directly comparable with the ones existing in the literature to the case in which the thermal profile is symmetrical.

After obtaining the thermal profile, it was divided in two regions of thermal influence. For that, the point where the temperature is the lowest was used, since in this point the thermal gradient is null, i.e., there is no heat transfer perpendicularly to the walls. After, the two approaches were analyzed alongside in order to compare the influence of the power-law index, of the heat generation through viscous dissipation and of the heat fluxes ratio at the walls on the heat transfer.

Relatively to the analysis of the heat transfer, we concluded that the power-law index, being related with the velocity profile, leads to bigger coefficients of heat transfer, when it has low values. This is caused by the fact that low values of the power-law index favor high speeds near the walls, where the heat generation takes place. It was verified that an increase in the viscous dissipation hampers the heat transfer inside the duct, since the heat generation leads to lower Nusselt numbers and, consequently, bigger variations on the thermal profile. Regarding the influence of the heat fluxes ratio we conclude that, when it increases, it favors the increase of the heat transfer at the wall with lower heat flux and decreases the heat transfer on the wall with bigger heat flux.

Lastly, we conclude that the new approach, in spite of presenting greater physical rigor, it becomes difficult to apply because of the complexity inherent to the calculus of the two bulk temperatures, which solution can only be reached numerically.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao professor Paulo Coelho, por toda a disponibilidade que teve para me ajudar e esclarecer todas e mais algumas dúvidas, por ter acompanhado a realização de toda a dissertação bem de perto, e por sempre me ter transmitido segurança e calma ao longo do semestre. Sem ele não teria sido possível realizar esta dissertação.

Quero também agradecer a todos aqueles com quem, de uma maneira ou outra, convivi ao longo do meu percurso acadêmico, seja no secundário, na faculdade, na Tuna, em cursos de Verão ou em Erasmus. A todos eles, o meu muito obrigado pela contribuição que me deram para a pessoa em que me tornei.

Por fim, um agradecimento especial à minha mãe, Dolores, ao meu pai, Albertino e à minha irmã, Vera, que me acompanharam ao longo dos 24 anos que já lá vão. Aos meus avós, Brilhantino e Glória, ao meu afilhado Gonçalo, ao meu cunhado João e a toda a minha família. A todos os meus amigos, em especial ao Zé, Vintena, Seabra, Felgueiras, Matador, Marino, Diogo, Malheiro, Manel, Pi, Inês e Raquel. E ao Joca, um amigo muito especial que vou guardar comigo toda a vida.

Índice de Conteúdos

Resumo	iii
Abstract.....	v
Agradecimentos	vii
Nomenclatura.....	xi
Índice de figuras	xv
1. Introdução.....	1
1.1. Classificação dos Fluidos	1
1.1.1. Fluidos Newtonianos	2
1.1.2. Fluidos não-Newtonianos	2
1.1.3. Modelo lei de potência.....	4
1.2. Números adimensionais	4
1.2.1. Número de Reynolds, Re	4
1.2.2. Número de Prandtl, Pr	6
1.2.3. Número de Péclet, Pe	6
1.2.4. Número de Nusselt, Nu	7
1.2.5. Número de Brinkman generalizado, Br^*	7
1.3. Perfil de velocidades do escoamento	8
1.4. Revisão bibliográfica e interesse do presente trabalho	8
1.5. Estrutura da Dissertação	10
2. Determinação e análise dos Perfis de Temperatura.....	11
2.1. Equação da Energia.....	11
2.2. Integração da equação da energia.....	18
2.3. Análise dos perfis de velocidade e de energia dissipada.....	22
2.4. Análise dos perfis de temperatura	23
3. Cálculo do número de Nusselt pela abordagem tradicional.....	27
3.1. Cálculo do número de Nusselt	27
3.1.1. Dedução das expressões gerais dos números de Nusselt.....	27
3.1.2. Cálculo da Temperatura de Mistura.....	28
3.1.3. Expressões dos números de Nusselt	29
3.1.4. Validação das expressões.....	29
3.2. Análise de resultados.....	31
3.2.1. Caso particular de $Br^*=0,25$	36

4.	Cálculo do número de Nusselt pela nova abordagem.....	39
4.1.	Cálculo do número de Nusselt	40
4.1.1.	Cálculo das temperaturas de mistura	40
4.2.	Apresentação e análise de resultados	43
5.	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros.....	53
5.1.	Conclusões	53
5.2.	Sugestões para trabalhos futuros	55
	Referências Bibliográficas.....	57
	Anexos.....	59
	Anexo A: Demonstração da igualdade $\partial T / \partial x = d\bar{T} / dx$	59

Nomenclatura

A	Área da secção de passagem da conduta, (m^2)
b	Comprimento da conduta na direcção zz , (m)
c_p	Calor específico do fluido, (kJ/Kg.K)
c	Variável adimensional definida pela equação (4.9)
d	Variável adimensional definida pela equação (4.10)
D_H	Diâmetro hidráulico da conduta, (m)
ℓ	Variável adimensional definida pela equação (4.11)
H	Distância do eixo da conduta às paredes, (m)
h	Coefficiente de convecção, ($W/m^2.K$)
k	Condutividade térmica, ($W/m.K$)
K	Índice de consistência da lei de potência, ($N/m^2.s^n$)
K'	Índice de consistência aparente da lei de potência, ($N/m^2.s^n$)
n	Índice da lei de potência, equação (1.2)
P	Perímetro da secção de passagem da conduta, (m)
$\dot{Q}_{\text{dissipação viscosa}}$	Calor gerado por dissipação viscosa, (W)
\dot{Q}_{parede}	Calor nas paredes da conduta, (W)
\dot{q}	Fluxo de calor constante na parede, (W/m^2)
T_{\min}	Temperatura mínima do perfil de temperaturas, (K)
T_0	Temperatura de referência utilizada na adimensionalização na equação (2.6)
u	Velocidade de um ponto de ordenada y , (m/s)
\bar{U}	Velocidade média do escoamento na conduta, (m/s)
x	Coordenada da direcção axial, (m)
y	Coordenada na direcção normal medida a partir do eixo de simetria da conduta, (m)
z	Coordenada na direcção perpendicular ao plano analisado

Símbolos gregos

α	Difusibilidade térmica, (m ² /s)
β	Variável adimensional definida pela equação (2.23)
ε	Variável adimensional definida pela equação (2.24)
φ	Variável adimensional definida pela equação (2.29)
Φ	Razão de calor entre as duas paredes, $\dot{q}_{w,2} / \dot{q}_{w,1}$
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação, (s ⁻¹)
$\dot{\gamma}_{W, \text{Newtoniano}}$	Taxa de deformação na parede de um fluido Newtoniano
η	Variável adimensional definida pela equação (2.40)
μ	Viscosidade dinâmica, (kg/m.s)
ν	Viscosidade cinemática, (m ² /s)
θ	Variável adimensional definida pela equação (2.22)
ρ	Massa volúmica, (kg/m ³)
σ	Variável adimensional definida pela equação (2.39)
τ	Tensão de corte genérica, (N/m ²)
τ_{yx}	Tensão de corte num sistema de eixos xyz, (N/m ²)

Grupos adimensionais

Br^*	Número de Brinkman generalizado, $\overline{U}\tau_w / 8\dot{q}_w$
Nu	Número de Nusselt, hD_H / k
Pe	Número de Péclet, $\overline{U}D_H / \alpha$
Pr	Número de Prandtl, $c_p\mu / k$
Re	Número de Reynolds, $\rho\overline{U}D_H / \mu$

Superescritos

*	Variável adimensionalizada
-	Valor médio

Subscritos

1	Relativo à parede 1 da conduta
2	Relativo à parede 2 da conduta
I	Sistema de eixos utilizado para a parte correspondente à parede 1 da conduta
II	Sistema de eixos utilizado para a parte correspondente à parede 2 da conduta
F	Relativo a variáveis utilizadas por outro autor (Tso <i>et al</i> , 2010)
W	Relativo ao local parede

Índice de figuras

Figura 1-1 - Variação da tensão de corte em função da tensão de deformação	2
Figura 1-2 - Tensão de corte em função da deformação para fluidos tixotrópicos e reopéticos	3
Figura 1-3 - Tensão de corte em função da taxa de deformação de fluidos puramente viscosos independentes do tempo e de fluidos Newtonianos	3
Figura 1-4 - Representação genérica das dimensões de duas placas paralelas.....	5
Figura 1-5 - Perfil de velocidades num escoamento entre placas paralelas e os sistemas de eixos utilizados	8
Figura 1-6 - Gráfico da evolução do número de Nusselt em função do número de Brinkman para um índice de potência de 0,25 adaptado de Sheela, (2010) 9	
Figura 1-7 - Representação de um perfil de temperaturas quando os fluxos de calor são diferentes nas paredes.....	10
Figura 2-1 - Representação esquemática do caso de estudo, com o sistema de eixos utilizado numa primeira aproximação	11
Figura 2-2 - Balanço energético ao longo de um troço genérico da conduta	12
Figura 2-3 - Figura esquemática das forças existentes no escoamento	14
Figura 2-4 - Sistema de eixos utilizado para o cálculo dos perfis de temperatura	16
Figura 2-5 - Representação ao longo da conduta de a) perfil de velocidades e b) calor gerado por dissipação viscosa.....	22
Figura 2-6 - Representação dos diferentes perfis de velocidade de um fluido Newtoniano, $n=1$, considerando diferentes valores de dissipação viscosa, o eixo da conduta está também representado. a) $Br^*=0$; b) $Br^*=0,125$ e c) $Br^*=1,25$	23
Figura 2-7 - Representação dos perfis de temperatura de um fluido Newtoniano, $n=1$, para diferentes razões de fluxos de calor; distintos números de Brinkman a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,5$ e c) $\Phi=1$	24
Figura 2-8 - Representação dos perfis de temperatura para uma razão de calor constante, $\Phi=0,4$ e para diferentes valores de Brinkman.. a) $Br^*=0$; b) $Br^*=0,125$, c) $Br^*=1,25$	25
Figura 2-9 - Detalhe do perfil de temperaturas para $\Phi=0,4$ e $Br^*=1,25$ para diferentes valores de n	26
Figura 3-1 - Representação da evolução de Nu_1 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,4$ e c) $\Phi=0,8$	32
Figura 3-2 - Representação da evolução de Nu_2 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi=0,4$; b) $\Phi=0,8$ e c) $\Phi=1$	32

Figura 3-3 - Representação da evolução de Nu_1 com a razão de fluxo de calores, Φ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0,5$; b) $n=1$; c) $n=1,5$	34
Figura 3-4 - Representação da evolução de Nu_2 com a razão de fluxo de calores, Φ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0,5$; b) $n=1$; c) $n=1,5$	34
Figura 3-5 - Representação da evolução de Nu_1 com o número de Brinkman, Br^* , para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0,5$; b) $n=1$; c) $n=1,5$	35
Figura 3-6 - Representação da evolução de Nu_2 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0,5$; b) $n=1$; c) $n=1,5$	35
Figura 3-7 - Representação dos perfis de temperatura para $Br^*=0,25$ para diferentes valores de índices de potência e três razões de fluxos de calor. a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,4$; c) $\Phi=1$	37
Figura 4-1 - Representação gráfica da abordagem proposta de duas temperaturas de mistura, uma para cada lado do ponto de derivada nula do perfil de temperaturas.	40
Figura 4-2 - Representação da evolução de Nu_1 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,4$; c) $\Phi=1$	43
Figura 4-3 - Representação da evolução de Nu_2 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi=0,01$; b) $\Phi=0,05$; c) $\Phi=0,4$; d) $\Phi=1$	44
Figura 4-4 - Representação da evolução de Nu_1 com a razão de fluxo de calores, Φ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0$; b) $n=0,5$; c) $n=1$; d) $n=1,5$	45
Figura 4-5 - Representação da evolução de Nu_2 com a razão de fluxo de calores, Φ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0$; b) $n=0,5$; c) $n=1$; d) $n=1,5$	46
Figura 4-6 - Representação da evolução de Nu_2 e de $y^*=y^*_{dTdy=0}$ com a razão de fluxo de calores, Φ , diferentes valores de Brinkman. a) $n=0$; b) $n=1$	47
Figura 4-7 - Representação da evolução de Nu_2 em função de $y^*=y^*_{dTdy=0}$, diferentes Brinkman, $n=0$	48
Figura 4-8 - Representação dos valores de $Nu_{2m\acute{a}x}$ para diferentes valores de n	49
Figura 4-9 - Representação da evolução de Nu_1 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0$; b) $n=0,5$; c) $n=1$; d) $n=1,5$	49
Figura 4-10 - Representação da evolução de Nu_2 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0$; b) $n=0,5$; c) $n=1$; d) $n=1,5$	50

Figura 4-11 - Representação da evolução de Nu_2 em função da distância ao eixo da
conduta para $n=0$. a.t significa abordagem tradicional, enquanto que n.a.
significa nova abordagem.....51

1. Introdução

Com a presente dissertação pretende-se estudar a transferência de calor num escoamento laminar entre placas paralelas completamente desenvolvido, de um fluido lei de potência com fluxos de calor constantes e distintos nas paredes e na presença de dissipação viscosa. Para tal, assume-se também que o fluxo de calor nas paredes é sempre positivo, i.e., entra no fluido, e as propriedades do fluido não variam com a temperatura. Este tema surge na sequência de diversos trabalhos apresentados na literatura (Sheela, 2009) (Tso *et al.*, 2010) (Baptista, 2014), que abordam a temática de escoamentos de fluidos lei de potência entre placas paralelas. Este caso foi estudado analiticamente pela primeira vez por Tso *et al.* (2010), mas dada a complexidade das expressões obtidas, apenas foram apresentadas as equações de Nu para valores fixos de n ($1/4$, $1/2$, 1 e 2). Por outro lado, para $\Phi=1$ e $Br=0$ os resultados de Nu, baseados no diâmetro hidráulico, para $n=1/4$, $n=1/2$ e $n=2$ são 8,0, 6,9 e 6,3, respectivamente, que diferem dos valores homólogos existentes na literatura (Skeland, 1967) (Baptista, 2013) que, para os mesmo índices de potência, são 9,5, 8,8 e 7,9, respectivamente. Ao não terem utilizado também a definição do número de Brinkman generalizado, o valor do número de Nusselt diminui rapidamente com o aumento de número de Brinkman, o que, conforme foi demonstrado por Coelho e Faria (2011), dificulta as representações gráficas de Nu.

Neste capítulo apresenta-se toda a informação necessária para a compreensão do trabalho desenvolvido, bem como o estado da arte relativamente ao tema em estudo. Primeiramente será feita uma apresentação dos fluidos não-Newtonianos em geral e do modelo reológico subjacente ao fluido lei de potência. Posteriormente, apresentar-se-ão os números adimensionais relevantes para o tema em causa. Posto isto, será apresentada a revisão bibliográfica e referido o interesse do trabalho, nomeadamente as diferenças entre a abordagem proposta e a abordagem utilizada atualmente na literatura. Por fim, será apresentada a estrutura da dissertação.

1.1. Classificação dos Fluidos

É importante distinguir os dois tipos de fluidos que existem, Newtonianos e não-Newtonianos. No caso dos primeiros existe uma relação de proporcionalidade direta entre a tensão de corte, τ_{yx} , e a taxa de deformação, du/dy , num escoamento em regime laminar, enquanto que nos fluidos não-Newtonianos a relação entre τ_{yx} e du/dy não é linear. Dentro dos fluidos não-Newtonianos, estes podem ser designados por viscoelásticos caso apresentem elasticidade, e na sua ausência são designados por puramente viscosos.

O fluido objeto de estudo, sendo definido pelo modelo lei de potência, é um fluido não-Newtoniano que não apresenta elasticidade, comportando-se como um fluido puramente viscoso. Contudo, para dar uma perspetiva mais lata do assunto, considera-se importante uma definição mais pormenorizada dos diferentes tipos de fluidos existentes.

1.1.1.Fluidos Newtonianos

Todos os fluidos cuja taxa de deformação varia linearmente com a tensão de corte podem ser definidos como Newtonianos (Munson, 2009). Neste caso, a viscosidade é apenas dependente das condições de pressão e temperatura, não apresentando variação com a taxa de deformação. A relação entre a tensão de corte, τ e a taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, é dada pela equação (1.1)

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1.1)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Esta equação traduz também o modelo reológico mais simples que existe. Na Figura 1-1 apresentam-se exemplos de fluidos Newtonianos, onde se pode observar a relação linear que existe entre a taxa de deformação e a tensão de corte.

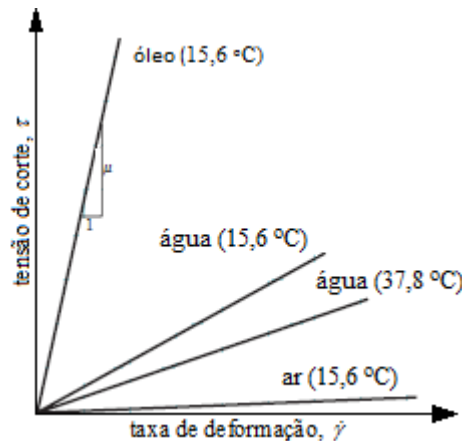


Figura 1-1 - Variação da tensão de corte em função da taxa de deformação.

1.1.2.Fluidos não-Newtonianos

Há duas grandes categorias a ter em conta na classificação deste tipo de fluidos. Assim, estes podem ser viscoelásticos ou puramente viscosos (Cruz *et al*, 2008) Como já foi referido anteriormente, o fluido estudado neste trabalho é puramente viscoso.

Os fluidos viscoelásticos, como o próprio nome indica, são fluidos que apresentam recuperação elástica quando deixam de estar sob ação de uma tensão de deformação, pelo que se pode considerar que apresentam propriedades de fluidos mas também de sólidos com comportamento elástico. Relativamente aos fluidos puramente viscosos, não são capazes de armazenar energia na forma elástica. Este tipo de fluidos apresenta ainda duas divisões, uma vez que as suas propriedades podem ser dependentes ou independentes do tempo.

No caso de haver uma dependência das propriedades com o tempo, i.e., da tensão de corte variar com uma taxa de deformação a temperaturas constantes (Skelland, 1967), estes fluidos podem ser classificados como tixotrópicos e reopéticos. Os fluidos tixotrópicos apresentam uma diminuição da tensão de corte para uma taxa de deformação e temperatura constantes, enquanto que no caso dos reopéticos verifica-se um aumento da tensão de corte para as mesmas condições. Na Figura 1-2 é apresentado um ciclo de histerese onde a taxa de deformação aumenta até um valor máximo e em seguida volta ao valor inicial (Skelland, 1967).

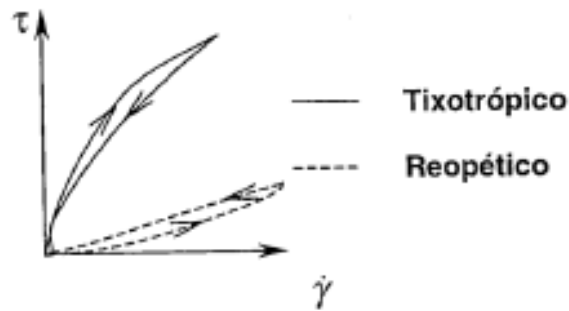


Figura 1-2 - Tensão de corte em função da deformação para fluidos tixotrópicos e reopéticos.

Nos fluidos puramente viscosos, em que a viscosidade não varia com o tempo, podem ser referidos três tipos: dilatante, pseudoplástico e com tensão de cedência (Cruz *et al* 2008). Na Figura 1-3 apresentam-se os diferentes tipos de fluidos considerados. No caso dos fluidos dilatantes, a viscosidade aparente tende a aumentar com o aumento da taxa de deformação, enquanto que nos fluidos pseudoplásticos se verifica o oposto. No caso dos fluidos com tensão de cedência, a principal diferença é a de que não apresentam deformação para tensões inferiores a esta. Os fluidos de Bingham, são um caso particular dos fluidos com tensão de cedência comportando-se de maneira muito semelhante aos fluidos Newtonianos, i.e., apresentando uma relação linear entre a tensão de corte e a taxa de deformação.

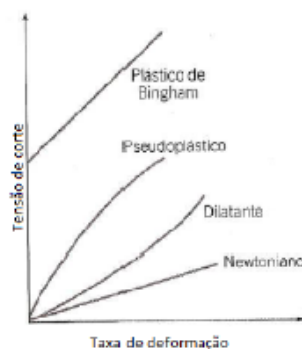


Figura 1-3 - Tensão de corte em função da taxa de deformação de fluidos puramente viscosos independentes do tempo e de fluidos Newtonianos.

1.1.3. Modelo lei de potência

É conveniente apresentar e definir o modelo reológico lei de potência, uma vez que o fluido aproximado por este modelo é o objeto de estudo. Neste caso, a viscosidade dinâmica, μ , varia com a taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, segundo uma lei de potência. De salientar que a taxa de deformação num escoamento totalmente desenvolvido entre placas paralelas coincide com o gradiente de velocidade, du/dy .

Este modelo é amplamente utilizado em engenharia uma vez que é de fácil aplicação e permite descrever com alguma fiabilidade o comportamento de vários fluidos não-Newtonianos. Contudo, deve ser tido em conta que este modelo apenas se aplica quando existe uma dependência linear do logaritmo da viscosidade, $\log(\mu)$, com o logaritmo da taxa de deformação, $\log(\dot{\gamma})$, ou no caso em estudo, $\log(du/dy)$. O modelo reológico é definido pelas equações (1.2) e (1.3) (Munson, 2009)

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (1.2)$$

$$\mu(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (1.3)$$

onde K é o índice de consistência, n o índice de potência e τ a tensão de corte. Este modelo reológico engloba os três tipos de fluidos referidos anteriormente, consoante os valores de n . Para $n < 1$ tem-se um fluido pseudoplástico, para $n = 1$ um fluido Newtoniano, e para $n > 1$ um fluido dilatante.

1.2. Números adimensionais

Nesta secção são apresentados os números adimensionais referidos ao longo deste trabalho, assim como o seu significado do ponto de vista físico. Os números analisados são o número de Reynolds, Prandtl, Péclet, Nusselt e Brinkman.

1.2.1. Número de Reynolds, Re

Batizado em homenagem a Osborn Reynolds, este número reveste-se de particular importância na definição de escoamentos, uma vez que permite caracterizar o regime em que este ocorre, sendo essencial para a sua análise posterior. Do ponto de vista físico, este número é proporcional ao cociente entre as forças de inércia e as forças viscosas, e é traduzido pela equação (1.4) (Incropera, 2010)

$$Re = \frac{\text{Forças de Inércia}}{\text{Forças Viscosas}} = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} \quad (1.4)$$

onde ρ representa a densidade do fluido, \bar{U} a velocidade média do escoamento e D a dimensão característica. Uma vez que no caso em estudo o escoamento ocorre entre placas paralelas, a dimensão característica é dada pelo diâmetro hidráulico correspondente. O diâmetro hidráulico, D_H , é dado pela equação (1.5)

$$D_H = \frac{4A}{P} \quad (1.5)$$

em que A representa a área da secção de passagem e P o seu perímetro. Para um escoamento na direção xx entre placas paralelas, b corresponde ao comprimento segundo a direção zz , como se pode observar na Figura 1-4

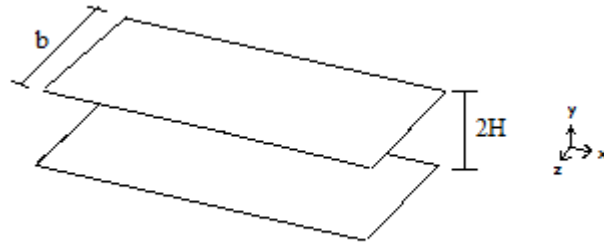


Figura 1-4 - Representação genérica das dimensões de duas placas paralelas.

Assim, o diâmetro hidráulico é dado por

$$D_H = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{4(2H \times b)}{2(2H + b)} = 4H \quad (1.6)$$

Por sua vez, o escoamento objeto de estudo neste trabalho processa-se em regime laminar, sendo assim necessário definir os intervalos do mesmo. Para escoamentos nesta geometria de fluidos Newtonianos, considera-se que para Re inferior a 1500, o escoamento é laminar. No caso de fluidos lei de potência, há várias aproximações para o valor de Reynolds crítico, tendo para o presente trabalho sido adoptada a mesma definição de Mendes (2013),

$$Re_{\text{transição}} = 6464 \frac{n(2+n)^{\frac{2+n}{1+n}}}{(1+3n)^2} \quad (1.7)$$

Para o cálculo de Re torna-se importante definir a viscosidade característica do fluido, que é, para o caso de um escoamento entre placas paralelas para um fluido lei de potência, dada pela expressão (1.8)

$$\mu' = \frac{\tau_w}{\dot{\gamma}_{w, \text{Newtoniano}}} \quad (1.8)$$

onde $\dot{\gamma}_{w, \text{Newtoniano}}$, é a taxa de deformação na parede para o caso de um fluido Newtoniano que se escoar entre placas paralelas com a mesma velocidade média, dada por $\dot{\gamma}_{w, \text{Newtoniano}} = 12\bar{U}/D_H$ e τ_w representa a tensão de corte na parede, sendo esta dada por $\tau_w = K' (12\bar{U}/D_H)^{n'}$, com $K' = K[(3n'+1)/4n']^{n'}$, K' e n' são parâmetros do modelo lei de potência local.

O número de Reynolds generalizado para um escoamento entre placas paralelas de um fluido lei de potência, é dado pela equação (1.9) (Mendes, 2013)

$$\text{Re} = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D_H}{K \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n 12^{n-1}} \quad (1.9)$$

1.2.2. Número de Prandtl, Pr

O número de Prandtl representa a razão entre as difusividades da quantidade de movimento (viscosidade cinemática) e térmica (difusividade térmica) (Incropera, 2010). Assim, este é definido pela equação (1.10)

$$\text{Pr} = \frac{\text{viscosidade cinemática}}{\text{difusividade térmica}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (1.10)$$

sendo ν a viscosidade cinemática, α a difusividade térmica definida por $\alpha = k/\rho c_p$, onde c_p é o calor específico, μ a viscosidade dinâmica e k a condutividade térmica do material.

1.2.3. Número de Péclet, Pe

O número de Péclet quantifica a razão entre as transferências de calor por advecção e condução (Incropera, 2010). Este número pode também ser obtido como o produto entre o número de Prandtl e o número de Reynolds, onde após simplificação se verifica que este não apresenta qualquer dependência da viscosidade do fluido (1.11).

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{\rho \bar{U} D_H}{\mu} \cdot \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\bar{U} D_H}{\alpha} \quad (1.11)$$

1.2.4. Número de Nusselt, Nu

O número de Nusselt compara a transferência de calor que ocorre por convecção com a que ocorreria caso o fluido estivesse num estado completamente estacionário, onde apenas ocorreria transferência de calor por condução (Incropera 2010). Assim, genericamente este número é dado pela equação (1.12)

$$Nu = \frac{h D_H}{k} \quad (1.12)$$

onde h representa o coeficiente de convecção e D_H o comprimento característico, neste caso o diâmetro hidráulico.

1.2.5. Número de Brinkman generalizado, Br^*

O número de Brinkman é fundamental do ponto de vista físico para o trabalho desenvolvido, uma vez que quantifica a razão entre a produção de calor devido à dissipação viscosa, $\dot{Q}_{\text{dissipação viscosa}}$, e a quantidade de calor transferida para o fluido nas paredes da conduta, \dot{Q}_{parede} . No presente trabalho utilizar-se-á a definição do número de Brinkman generalizado (Coelho e Pinho, 2009) para o caso de fluxo de calor constante nas paredes, e que quantifica sempre da mesma forma os dois calores referidos anteriormente, independentemente do fluido ou da conduta, sendo dado pela equação (1.13)

$$Br^* = \frac{\dot{Q}_{\text{dissipação viscosa}}}{8 \cdot \dot{Q}_{\text{parede}}} = \frac{\bar{U} \tau_w}{8 \bar{q}_w} \quad (1.13)$$

onde \bar{U} representa a velocidade média do escoamento, τ_w a tensão de corte na parede e \bar{q}_w o fluxo de calor médio das duas paredes.

1.3. Perfil de velocidades do escoamento

Num escoamento laminar entre placas paralelas de um fluido lei de potência, o perfil de velocidades é simétrico devido às condições geométricas da conduta, conforme se pode ver esquematicamente na Figura 1-5, juntamente com os sistemas de eixos a utilizar.

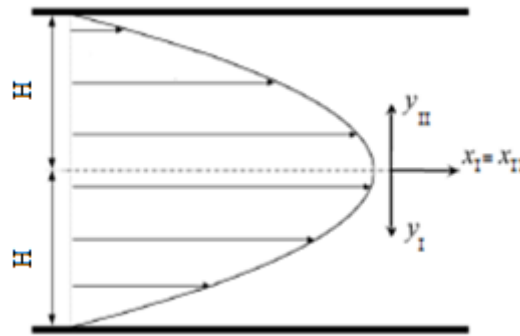


Figura 1-5 - Perfil de velocidades num escoamento entre placas paralelas e os sistemas de eixos utilizados.

Segundo (Baptista, 2012) o perfil de velocidades para um escoamento nestas condições, na forma adimensional u/\bar{U} , é dado pela equação

$$u^* = \frac{u}{\bar{U}} = \frac{2n+1}{n+1} \left(1 - y^{*\frac{n+1}{n}} \right) \quad (1.14)$$

em que u^* representa a velocidade adimensionalizada e $y^* = y/H$ a distância adimensional ao eixo da conduta. De notar que devido à utilização de dois sistemas de eixos, um para cada uma das paredes, o valor de y^* nunca é negativo, variando entre 0 e 1, sendo o perfil de velocidades simétrico em relação ao plano de simetria da conduta.

1.4. Revisão bibliográfica e interesse do presente trabalho

A transferência de calor com dissipação viscosa tem sido amplamente estudada uma vez que está presente em diversas situações, tais como no processamento de materiais e em escoamentos de alta velocidade (Tso, 2010). Para o caso de fluidos não-Newtonianos, cujo escoamento ocorre frequentemente em regime laminar, vários estudos concluíram que a dissipação viscosa é um fator que não pode ser desprezado (Sheela, 2009) (Jambal, 2005). Segundo Etmad (2010) o efeito da dissipação viscosa apresenta pouca influência no cálculo do número de Nusselt, quando comparada com fluxos de calor elevados num escoamento entre placas, como pode ser comprovado pela equação (1.13).

O escoamento de fluidos entre placas paralelas em regime laminar, com dissipação viscosa e com fluxos de calor constantes, foi já estudado anteriormente por Sheela (2009),

tendo-se concluído que o número de Nusselt depende do cociente entre os fluxos de calor nas paredes 1 e 2 assim como do número de Brinkman, Br^* , e do índice de potência, n . Em relação à influência do índice de potência num escoamento em que se considera a dissipação viscosa, Etemad (2010) concluiu que esta diminui com a diminuição de n . Por outro lado, o número de Nusselt aumenta com a diminuição de n .

Atualmente, para o cálculo dos números de Nusselt em escoamentos entre placas paralelas, utiliza-se apenas uma temperatura de mistura (Sheela, 2009) (Tso, 2010) (Etemad, 2005), que por um lado se revela bastante simples e prática, mas que revela algumas inconsistências do ponto de vista físico. A temperatura média, \bar{T} , é calculada para a totalidade da secção de passagem, o que no caso da existência de perfis de temperatura assimétricos pode conduzir a descontinuidades na evolução de Nu com outros parâmetros relevantes. Como se pode comprovar na Figura 1-6 (Tso, 2010) isto leva ao aparecimento de valores infinitos e negativos de Nu não traduzindo por isso um comportamento coerente com o do coeficiente de transferência de calor real.

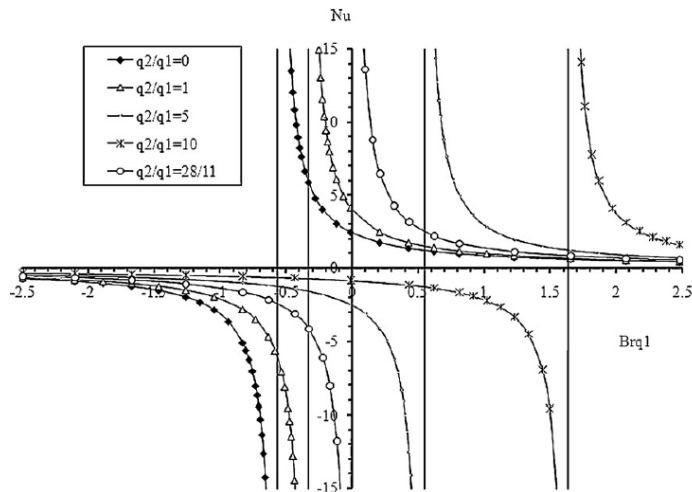


Figura 1-6 - Gráfico da evolução do número de Nusselt em função do número de Brinkman para um índice de potência de 0,25, adaptado de Tso, (2010).

Isto deve-se ao facto de a temperatura média resultante ser função dos dois fluxos de calor nas paredes, ficando com um valor mais próximo do da parede com maior fluxo de calor, ver Figura 1-7, onde se representa esquematicamente um perfil de temperaturas típico, podendo ser igual ou superior à temperatura da parede com menor fluxo de calor originando assim os referidos valores infinitos e negativos.

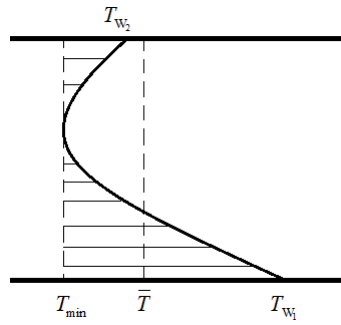


Figura 1-7 - Representação de um perfil de temperaturas com fluxos de calor diferentes nas paredes.

Para se obter números de Nusselt e coeficientes de convecção mais coerentes com os coeficientes de transferência de calor e com os valores de Nu dos casos em que o perfil de temperaturas é simétrico, e portanto, mais próximos da realidade, ir-se-á utilizar não uma mas duas temperaturas de mistura.

Para eliminar o efeito inerente à utilização de uma única temperatura de mistura na evolução de Nu , quando o perfil de temperaturas é assimétrico, propõe-se separar o referido perfil em duas partes independentes, sendo que para cada uma se considera uma temperatura de mistura distinta. Utiliza-se o ponto onde $dT / dy = 0$ como fronteira, uma vez que este separa termicamente as duas regiões ao ser o ponto onde o gradiente de temperaturas é nulo, sendo que também neste local não há trocas de calor entre as duas regiões. Posto isto, calcular-se-ão as temperaturas de mistura correspondentes a cada uma das regiões do perfil para de seguida, e com estas, se poder determinar os novos números de Nusselt para cada parede.

De salientar também que os resultados obtidos por Tso *et al.* (2010) não estão totalmente de acordo com os presentes na literatura, como se referiu anteriormente, pelo que soluções analíticas corretas para os números de Nusselt, baseadas na abordagem tradicional de se utilizar apenas uma temperatura de mistura, serão também apresentadas neste trabalho.

1.5. Estrutura da Dissertação

No presente capítulo foi apresentada sumariamente informação pertinente para o trabalho a realizar e que consta da literatura.

No capítulo 2 serão apresentadas e integradas as equações de energia com vista à obtenção dos perfis de temperatura e estudar a sua dependência de parâmetros como o índice de potência, n , o número de Brinkman generalizado, Br^* e a razão de fluxos de calor, Φ , algo que será realizado pela primeira vez na literatura. No capítulo 3 serão calculadas e validadas as expressões de Nu , utilizando a abordagem tradicional ao apenas considerar uma temperatura de mistura, e que são simultaneamente exatas e formalmente mais simples que as atualmente existentes na literatura. Os efeitos do número de Brinkman, do índice de potência e da razão de calores sobre o número de Nusselt serão também analisados. No capítulo 4 serão calculados e analisados os números de Nusselt utilizando a nova abordagem proposta, baseada em duas temperaturas de mistura. Por fim, no capítulo 5 serão apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2. Determinação e análise dos Perfis de Temperatura

2.1. Equação da Energia

Para estudar a transferência de calor num escoamento, é necessário obter previamente a equação do perfil de temperaturas. O escoamento em causa, entre placas paralelas, o sistema de eixos e as dimensões características estão representados na Figura 2-1.

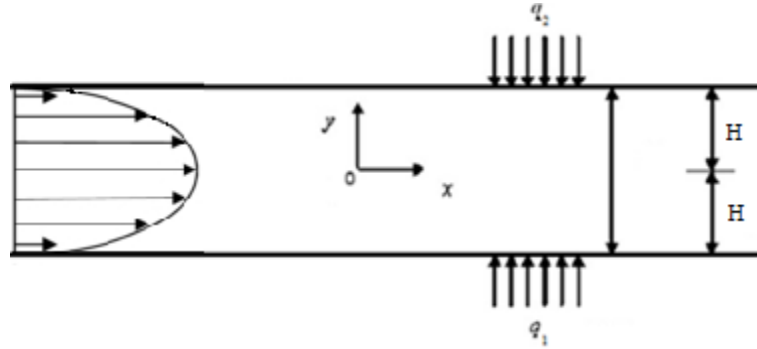


Figura 2-1 - Representação esquemática do caso de estudo, com o sistema de eixos utilizado numa primeira aproximação.

A equação da conservação de energia na sua fórmula geral em coordenadas cartesianas é representada pela equação (2.1)

$$\overbrace{\rho c_p \vec{u} \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right)}^{\text{Transporte de calor por advecção}} = \overbrace{k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)}^{\text{Transporte de calor por condução}} + \overbrace{\tau \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)}^{\text{Efeito do aquecimento por dissipação viscosa}} \quad (2.1)$$

em que ρ representa a massa volúmica, T a temperatura, c_p o calor específico do fluido, k a condutividade térmica, u a velocidade e τ a tensão de corte. Uma vez que o escoamento se processa segundo a direção xx , se encontra completamente desenvolvido e não há variação da temperatura e da velocidade em zz , a equação (2.1) reduz-se a

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \tau_{yx} \frac{du}{dy} \quad (2.2)$$

onde τ_{yx} representa a tensão de corte na direção paralela às paredes em módulo. Para a definição de $\partial T / \partial x$ é necessário recorrer a um balanço de energia ao longo do troço longitudinal de conduta de comprimento dx , Figura 2-2, atendendo a que os fluxos de calor são constantes em ambas as paredes.

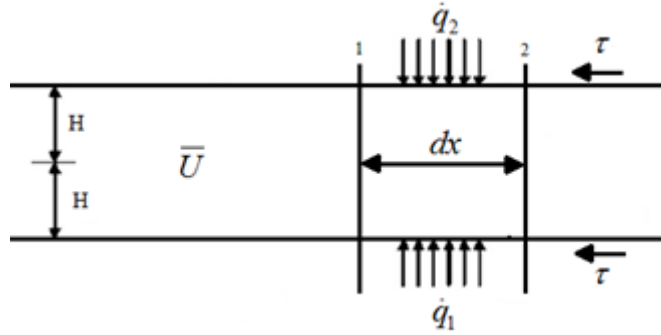


Figura 2-2 - Balanço energético ao longo de um trecho genérico da conduta.

O balanço da conservação de energia é definido pela equação (2.3), sendo este independente da largura da conduta na direção zz .

$$2H\bar{U}\rho c_p d\bar{T} = (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)dx + 2\tau_w dx \bar{U} \quad (2.3)$$

onde \bar{U} e \bar{T} são a velocidade e temperatura médias do escoamento, respetivamente, e τ_w a tensão de corte nas paredes. O valor médio do fluxo de calor é dado pela equação (2.4).

$$\bar{\dot{q}}_w = \frac{\dot{q}_1 + \dot{q}_2}{2} \quad (2.4)$$

Atendendo também a que $H = D_H / 4$, a equação (2.3) pode ser simplificada, dando origem à equação (2.5)

$$\frac{d\bar{T}}{dx} = \frac{4\bar{\dot{q}}_w}{\rho \bar{U} c_p D_H} + \frac{4\tau_w}{\rho c_p D_H} \quad (2.5)$$

A razão da utilização futura de $d\bar{T}/dx$ ao invés de $\partial T / \partial x$ na equação (2.2) encontra-se numa demonstração no anexo A. Deve-se então proceder à adimensionalização da equação (2.5), onde foram utilizados os parâmetros adimensionais dados pelas equações (2.6) e (2.7).

$$\bar{T}^* = \frac{(\bar{T} - T_0)k}{D_H \bar{\dot{q}}_w} \quad (2.6)$$

$$x^* = \frac{x}{D_H} \quad (2.7)$$

onde T_0 é uma temperatura média de referência. Atendendo à definição do número de Péclet, $Pe = \bar{U}D_H / \alpha$, e do número de Brinkman generalizado, $Br^* = \bar{U}\tau_w / 8\dot{q}_w$, a expressão (2.5) adimensionalizada toma a forma dada pela equação (2.8)

$$\frac{d\bar{T}^*}{dx^*} = \frac{4}{Pe} (1 + 8Br^*) \quad (2.8)$$

Para a adimensionalização das restantes parcelas da equação (2.2), é importante definir as seguintes variáveis adimensionais utilizadas,

$$y^* = \frac{y}{H} \quad (2.9)$$

$$u^* = \frac{u}{\bar{U}} \quad (2.10)$$

$$\tau^* = \frac{\tau_{yx}}{\tau_w} \quad (2.11)$$

Aplicando as equações (2.9), (2.10) e (2.11) nas seguintes parcelas do lado direito da equação (2.2), estas, na sua forma adimensional, passam a ser dadas pelas expressões (2.12) e (2.13).

$$k \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \frac{D_H}{16\dot{q}_w} \quad (2.12)$$

$$\tau^* \frac{du^*}{dy^*} = \tau_{yx} \frac{du}{dy} \frac{H}{\bar{U}\tau_w} \quad (2.13)$$

Substituindo as equações (2.12) e (2.13) na equação (2.2) e tendo em conta as equações (2.6), (2.7) e (2.8) chega-se então à equação da conservação de energia adimensionalizada, que após simplificação fica definida pela equação (2.14).

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} - 2\tau^* Br^* \frac{du^*}{dy^*} = \frac{u^*}{4} (1 + 8Br^*) \quad (2.14)$$

Por uma questão de simplificação da equação (2.14), torna-se importante definir τ^* de um modo diferente mas equivalente. Fazendo um balanço de forças num troço de conduta de comprimento dx num escoamento hidraulicamente desenvolvido, i.e., com variação de quantidade de movimento nula, resulta o seguinte diagrama de corpo livre, como se pode ver na Figura 2-3.

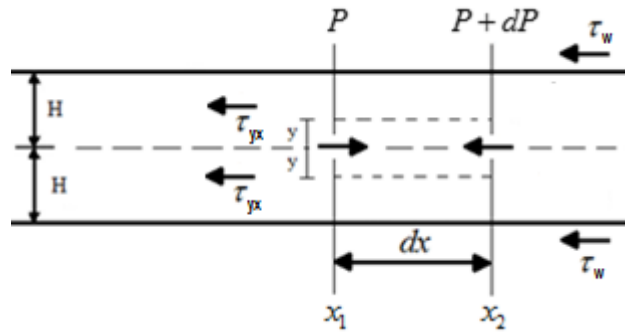


Figura 2-3 - Figura esquemática das forças existentes no escoamento

Por análise da figura e fazendo um balanço de forças na direção xx , entre $-H$ e H , é possível calcular a diferença de pressão entre as cotas x_1 e x_2 , que é dada pela equação (2.15)

$$[P - (P + dP)]2H = 2\tau_w dx \quad (2.15)$$

Simplificando, chega-se à equação (2.16)

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\tau_w}{H} \quad (2.16)$$

Analogamente, para um volume de controlo de altura genérica $\pm y$ como o da Figura 2-3, chega-se a (2.17)

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\tau_{yx}}{y} \quad (2.17)$$

Igualando as equações (2.16) e (2.17)

$$\tau^* = \frac{\tau_{yx}}{\tau_w} = \frac{y}{H} = y^* \quad (2.18)$$

Substituindo a equação (2.18) em (2.14), chega-se então à expressão simplificada da equação diferencial de conservação de energia na forma adimensional

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} - 2y^* Br^* \frac{du^*}{dy^*} = \frac{u^*}{4} (1 + 8Br^*) \quad (2.19)$$

Atendendo ao referido na secção 1.3 relativa ao perfil de velocidades do escoamento, torna-se possível definir du^*/dy^* , derivada da equação (1.14), que dá origem à expressão (2.20)

$$\frac{du^*}{dy^*} = -\frac{2n+1}{n} y^{*\frac{1}{n}} \quad (2.20)$$

Substituindo (2.20) e (1.14) na equação (2.19) fica-se com a expressão final adimensional a ser integrada, equação (2.21).

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + 2Br^* \frac{2n+1}{n} y^{*\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{4} \frac{2n+1}{n+1} \left(1 - y^{*\frac{n+1}{n}} \right) (1 + 8Br^*) \quad (2.21)$$

Por uma questão de exequibilidade matemática, na integração da equação da energia foram utilizados dois sistemas de eixos, representados na Figura 2-4, de forma a y^* ser sempre positivo.

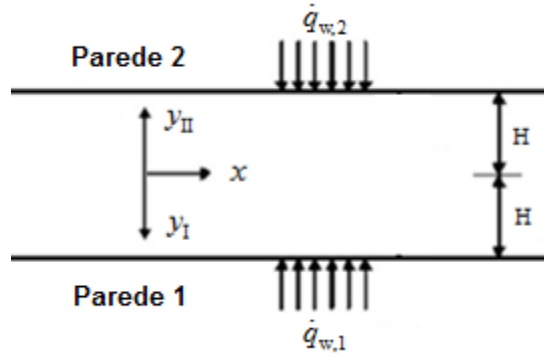


Figura 2-4 - Sistema de eixos utilizado para o cálculo dos perfis de temperatura.

Por outro lado, para se obter uma expressão mais compacta para integrar, foram agrupadas as variáveis que na integração em causa podem ser tratadas como constantes.

$$\theta = 2Br^* \frac{2n+1}{n} \quad (2.22)$$

$$\beta = \frac{1}{4} \frac{2n+1}{n+1} (1 + 8Br^*) \quad (2.23)$$

$$\varepsilon = \frac{n+1}{n} \quad (2.24)$$

A equação (2.21) pode então ser simplificada, sendo dada pela equação (2.25).

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} = \beta (1 - y^{*\varepsilon}) - \theta y^{*\varepsilon} \quad (2.25)$$

É importante definir as equações das condições de fronteira para cada uma das paredes. Assim, para a parede 2, tem-se

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial y_{II}} \right|_{y_{II}=H} = \dot{q}_{w,2} \quad (2.26)$$

Adimensionalizando a derivada $\partial T / \partial y_{II}$, chega-se a

$$4\bar{\dot{q}}_w \left. \frac{\partial T^*}{\partial y_{II}^*} \right|_{y_{II}^*=1} = \dot{q}_{w,2} \quad (2.27)$$

que origina a condição de fronteira na forma adimensional para a parede 2, equação (2.28)

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial y_{II}^*} \right|_{y_{II}^*=1} = \frac{1}{2} \frac{\Phi}{\Phi + 1} = \varphi \Phi \quad (2.28)$$

em que Φ é o cociente de calores das duas paredes, $\Phi = \dot{q}_{w,2} / \dot{q}_{w,1}$ e $\varphi = 1/[2(\Phi + 1)]$. Analogamente, para a parede 1, chega-se à condição de fronteira definida pela equação (2.29).

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial y_I^*} \right|_{y_I^*=1} = \frac{1}{2} \frac{1}{\Phi + 1} = \varphi \quad (2.29)$$

Esta última condição de fronteira será usada para a validação dos perfis relativos ao gradiente de temperatura obtidos. Uma vez que o perfil de temperaturas é contínuo e se está a integrar em dois sistemas de eixos simétricos em relação ao eixo da conduta, é necessário garantir a continuidade das equações no eixo da conduta. Esta é assegurada através das equações (2.30) e (2.31).

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial y_{II}^*} \right|_{y_{II}^*=0} = - \left. \frac{\partial T^*}{\partial y_I^*} \right|_{y_I^*=0} \quad (2.30)$$

$$T^* \Big|_{y_I^*=0} = T^* \Big|_{y_{II}^*=0} \quad (2.31)$$

A última condição de fronteira a ser utilizada é a consideração da temperatura na parede 2 como sendo $T = T_{w,2}(x)$, ou seja

$$T_{y_{II}=1}^* = T_{w,2}^* \quad (2.32)$$

2.2. Integração da equação da energia.

Para se obter as expressões do número de Nusselt é necessário obter o perfil de temperaturas, que será obtido pela integração da equação da energia. Para isso, utilizou-se o programa Derive 5 da Texas Instruments. O gradiente de temperaturas é dado pela equação (2.33)

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \int [\beta(1 - y^{*\varepsilon}) - \theta y^{*\varepsilon}] dy^* + C_1 \quad (2.33)$$

que após integração toma a forma

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -\frac{y^{*\varepsilon+1}(\theta + \beta)}{\varepsilon + 1} + \beta y^* + C \quad (2.34)$$

De salientar que a equação (2.34) será válida para os dois sistemas de eixos, pelo que será colocado em índice o sistema de eixos, I ou II, em utilização ao longo do capítulo.

Combinando as equações (2.34) e (2.28), chega-se à constante de integração, expressão (2.35)

$$C_1 = \varphi\Phi + \frac{\theta - \beta\varepsilon}{\varepsilon + 1} \quad (2.35)$$

Sendo a equação do gradiente térmico correspondente à parte II da conduta, Figura 2-4, dada pela equação (2.36).

$$\frac{\partial T^*}{\partial y_{II}^*} = -\frac{y_{II}^{*\varepsilon+1}(\theta + \beta)}{\varepsilon + 1} + \beta y_{II}^* + \varphi\Phi + \frac{\theta - \beta\varepsilon}{\varepsilon + 1} \quad (2.36)$$

Para se verificar a continuidade no eixo da conduta, é necessário aplicar a condição definida pela equação (2.30), dando origem à expressão (2.37).

$$C_2 = -C_1 \quad (2.37)$$

Combinando as equações (2.34) e (2.37), chega-se à equação do gradiente térmico correspondente à parte I da conduta, equação (2.38).

$$\frac{\partial T^*}{\partial y_I^*} = -\frac{y_I^{*\varepsilon+1}(\theta + \beta)}{\varepsilon + 1} + \beta y_I^* - \varphi\Phi - \frac{\theta - \beta\varepsilon}{\varepsilon + 1} \quad (2.38)$$

Para o controlo das equações (2.36) e (2.38), utilizou-se a condição de fronteira dada pela equação (2.29), condição essa que se verificou. Para a integração de ambas as equações foram novamente agrupadas algumas variáveis no sentido de se proceder a uma compactação das expressões. Assim,

$$\sigma = \frac{\theta - \beta\varepsilon}{\varepsilon + 1} \quad (2.39)$$

$$\eta = \frac{\theta + \beta}{\varepsilon + 1} \quad (2.40)$$

As expressões (2.36) e (2.38) passam então a ser dadas por (2.41) e (2.42), respetivamente.

$$\frac{\partial T^*}{\partial y_{II}^*} = -\eta y_{II}^{*\varepsilon+1} + \beta y_{II}^* + \varphi\Phi + \sigma \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial y_I^*} = -\eta y_I^{*\varepsilon+1} + \beta y_I^* - \varphi\Phi - \sigma \quad (2.42)$$

A equação do perfil de temperaturas para a parte II da conduta é dada pelo integral patente na equação (2.43).

$$T_{y_{II}}^* = \int (-\eta y_{II}^{*\varepsilon+1} + \beta y_{II}^* + \varphi\Phi + \sigma) dy_{II}^* \quad (2.43)$$

Após integração, o perfil de temperaturas obtido é dado pela equação (2.44)

$$T_{y_{II}}^* = -\frac{\eta y_{II}^{*\varepsilon+2}}{\varepsilon+2} + \frac{\beta y_{II}^{*2}}{2} + y_{II}^*(\varphi\Phi + \sigma) + C_3 \quad (2.44)$$

Torna-se então necessário calcular o valor de C_3 a partir da equação (2.44) e da condição de fronteira (2.32). Tem-se então que

$$T_{w,2}^* = \varphi\Phi + \frac{\beta}{2} - \frac{\eta}{\varepsilon+2} + \sigma + C_3 \quad (2.45)$$

A temperatura da parede 2, apesar de ser desconhecida, irá aparecer sempre como uma parcela isolada em ambas as equações dos perfis de temperatura, e irá desaparecer aquando do cálculo dos números de Nusselt. Resolvendo a equação (2.45) em ordem a C_3 e substituindo o seu valor na equação (2.44), chega-se à expressão final do perfil de temperaturas para a parte II da conduta, equação (2.46)

$$T_{y_{II}}^* = -\frac{\eta y_{II}^{*\varepsilon+2}}{\varepsilon+2} + \frac{\beta y_{II}^{*2}}{2} + y_{II}^*(\varphi\Phi + \sigma) - \varphi\Phi - \frac{\beta}{2} + \frac{\eta}{\varepsilon+2} - \sigma + T_{w,2}^* \quad (2.46)$$

Relativamente à parte I da conduta, o perfil de temperaturas é obtido a partir da equação (2.47)

$$T_{y_I}^* = \int (-\eta y_{II}^{*\varepsilon+1} + \beta y_I^* - \varphi\Phi - \sigma) dy_I^* \quad (2.47)$$

Que após integração origina a equação (2.48)

$$T_{y_1}^* = -\frac{\eta y_1^{*\varepsilon+2}}{\varepsilon+2} + \frac{\beta y_1^{*2}}{2} - y_1^*(\varphi\Phi + \sigma) + C_3 \quad (2.48)$$

O cálculo de C_4 é feito aplicando a condição de fronteira dada pela equação (2.31) nas equações (2.46) e (2.48).

$$C_4 = -\varphi\Phi - \frac{\beta}{2} + \frac{\eta}{\varepsilon+2} - \sigma + T_{w,2}^* \quad (2.49)$$

Substituindo (2.49) em (2.48), chega-se à expressão que define o perfil de temperaturas para a parte I da conduta.

$$T_{y_1}^* = -\frac{\eta y_1^{*\varepsilon+2}}{\varepsilon+2} + \frac{\beta y_1^{*2}}{2} - y_1^*(\varphi\Phi + \sigma) - \varphi\Phi - \frac{\beta}{2} + \frac{\eta}{\varepsilon+2} - \sigma + T_{w,2}^* \quad (2.50)$$

A temperatura da parede 1, $T_{w,1}^*$, é definida a partir de (2.50), para $y_1^* = 1$.

$$T_{w,1}^* = -2\varphi\Phi - 2\sigma + T_{w,2}^* \quad (2.51)$$

Substituindo as variáveis σ e φ na expressão anterior obtém-se a equação (2.52)

$$T_{w,1}^* = -\frac{\Phi}{\Phi+1} + \frac{1}{2} + T_{w,2}^* \quad (2.52)$$

Para o caso de $\Phi = \dot{q}_{w,2}/\dot{q}_{w,1} = 1$, verifica-se pela expressão (2.52) que, como seria de esperar, $T_{w,1}^* = T_{w,2}^*$, independentemente do valor do índice de potência, n , e do número de Brinkman generalizado, Br^* . Também se pode verificar que $T_{w,1}^*$ é apenas função de $T_{w,2}^*$ e de Φ , o que é expectável uma vez que a dissipação viscosa e o índice de potência exercem uma influência simétrica em ambas as paredes da conduta.

A validação das presentes expressões será efetuada indiretamente no capítulo 3, após a determinação dos números de Nusselt correspondentes e sua comparação com expressões existentes na literatura para casos particulares da expressão genérica obtida.

2.3. Análise dos perfis de velocidade e de energia dissipada

Relativamente aos perfis de velocidade, a sua análise reveste-se de particular importância, uma vez que permitem observar informação relativa não só à simetria do perfil de velocidade em si, como também relativamente à energia dissipada devido a efeitos viscosos. Na Figura 2-5 são apresentados os gráficos do perfil de velocidades, u/\bar{U} e do calor gerado localmente por dissipação viscosa, $\tau^* du^*/dy^* = y^* du^*/dy^*$.

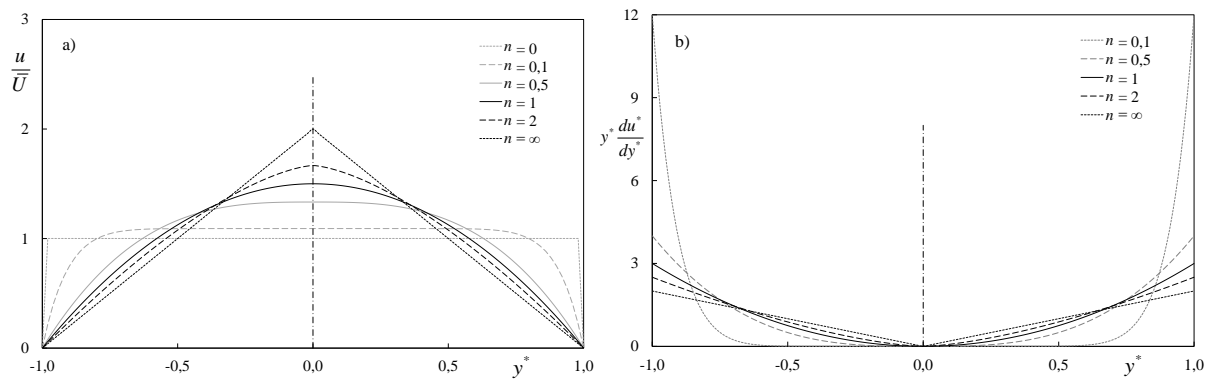


Figura 2-5 - Representação ao longo da conduta de a) perfil de velocidades e b) calor gerado por dissipação viscosa.

Como se pode observar na Figura 2-5 a), o perfil de velocidades é simétrico, o que era expectável atendendo à simetria geométrica da conduta. Também se verifica que, com a diminuição do valor de n , o perfil de velocidades tende para um perfil pistão, i.e., a sua velocidade tende a ser uniforme ao longo de toda a secção de escoamento. Para valores de n elevados, a variação da velocidade tende a ser linear entre as paredes e o eixo da conduta.

A partir da Figura 2-5 b) pode-se inferir que o calor gerado por dissipação viscosa aproxima-se das paredes com a diminuição de n , o que pode ser explicado como uma consequência do aumento do gradiente de velocidade junto às paredes para baixos índices de potência. De salientar que o calor gerado localmente por dissipação viscosa diminui com o aumento da distância às paredes, uma vez que o gradiente de velocidade é nulo no eixo.

2.4. Análise dos perfis de temperatura

É importante compreender a variação dos perfis de temperatura e as variáveis relevantes que os influenciam, uma vez que estes se revestem de particular importância na análise dos números de Nusselt, objetivo do trabalho proposto. Na Figura 2-6 é possível observar os perfis de temperaturas para diferentes valores de Φ , $n=1$ e três valores de Br^* . A linha de eixo da conduta, neste e nos restantes casos analisados, é também apresentada para facilitar a análise gráfica.

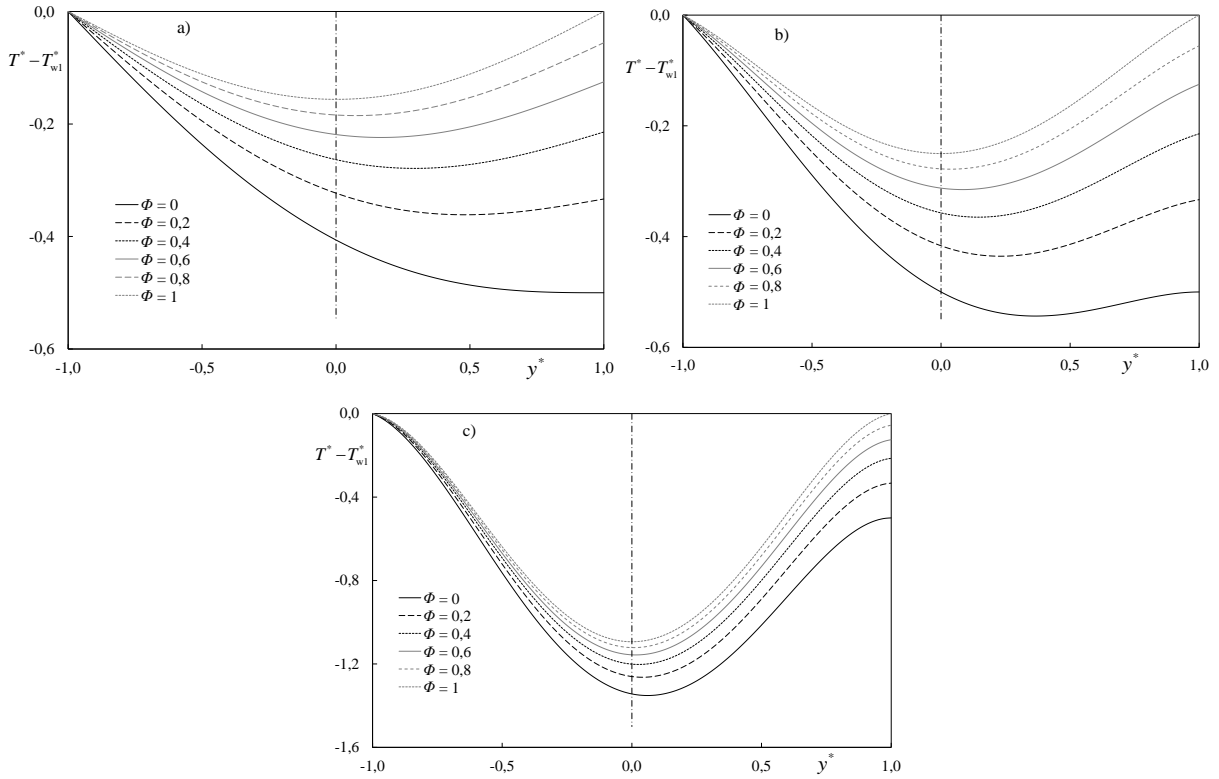


Figura 2-6 - Representação dos diferentes perfis de velocidade de um fluido Newtoniano, $n=1$, considerando diferentes valores de dissipação viscosa, com o eixo da conduta representado. a) $Br^*=0$; b) $Br^*=0,125$ e c) $Br^*=1,25$.

A partir da Figura 2-6 é possível observar que, com o aumento de Br^* , o perfil de temperaturas adquire uma distribuição mais simétrica. Quando o peso da dissipação viscosa é elevado, i.e., para números de Brinkman grandes, esta tende a suplantar o efeito de Φ , e os perfis de temperatura tendem a ser simétricos, já que o calor gerado é igual dos dois lados do eixo da conduta. Na Figura 2-6 a), onde não se contabiliza o efeito da dissipação viscosa, é possível observar que no caso de uma das paredes ser isolada, a temperatura mínima do perfil de temperaturas ocorre nessa parede, enquanto que para o caso em que o fluxo de calores nas duas paredes da conduta é igual, a temperatura mínima ocorre no eixo da conduta. Nestes dois casos limite, e independentemente dos valores de n , a derivada é sempre nula na parede quando $\Phi=0$, e o perfil de temperaturas é sempre simétrico quando $\Phi=1$.

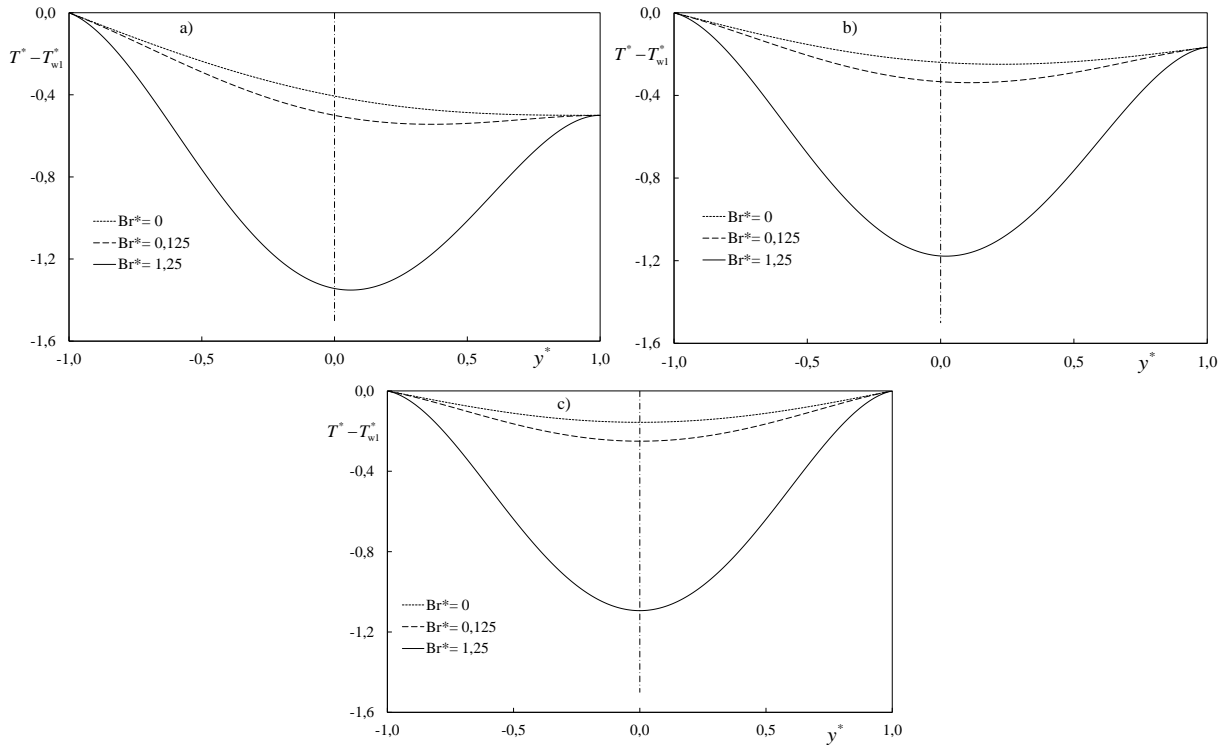


Figura 2-7 - Representação dos perfis de temperatura de um fluido Newtoniano, $n=1$, para diferentes razões de fluxos de calor; distintos números de Brinkman a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,5$ e c) $\Phi=1$.

Na Figura 2-7 estão representados os perfis de temperatura para diferentes razões de calor, Φ , assim como a influência do efeito da dissipação viscosa, representado pelos diferentes valores dos números de Brinkman generalizado, para um fluido Newtoniano, $n=1$. A figura evidencia principalmente os efeitos da dissipação viscosa, uma vez que o seu aumento provoca diferenças mais acentuadas ao longo de yy no perfil de temperaturas. Esta informação é consistente com a apresentada na Figura 2-5 b), onde se observa que o calor gerado localmente para qualquer n , é maior quanto maior é a distância ao eixo da conduta, e como tal, a temperatura será superior nos pontos em que o calor gerado é maior.

Na Figura 2-7 também se pode observar que a diferença de temperaturas das paredes, $T_{w,1}^* - T_{w,2}^*$ depende apenas de Φ . Na Figura 2-7 c) é ainda possível constatar novamente que quando $\Phi=1$, a distribuição de temperaturas torna-se simétrica, como também pode ser confirmado pela Figura 2-6.

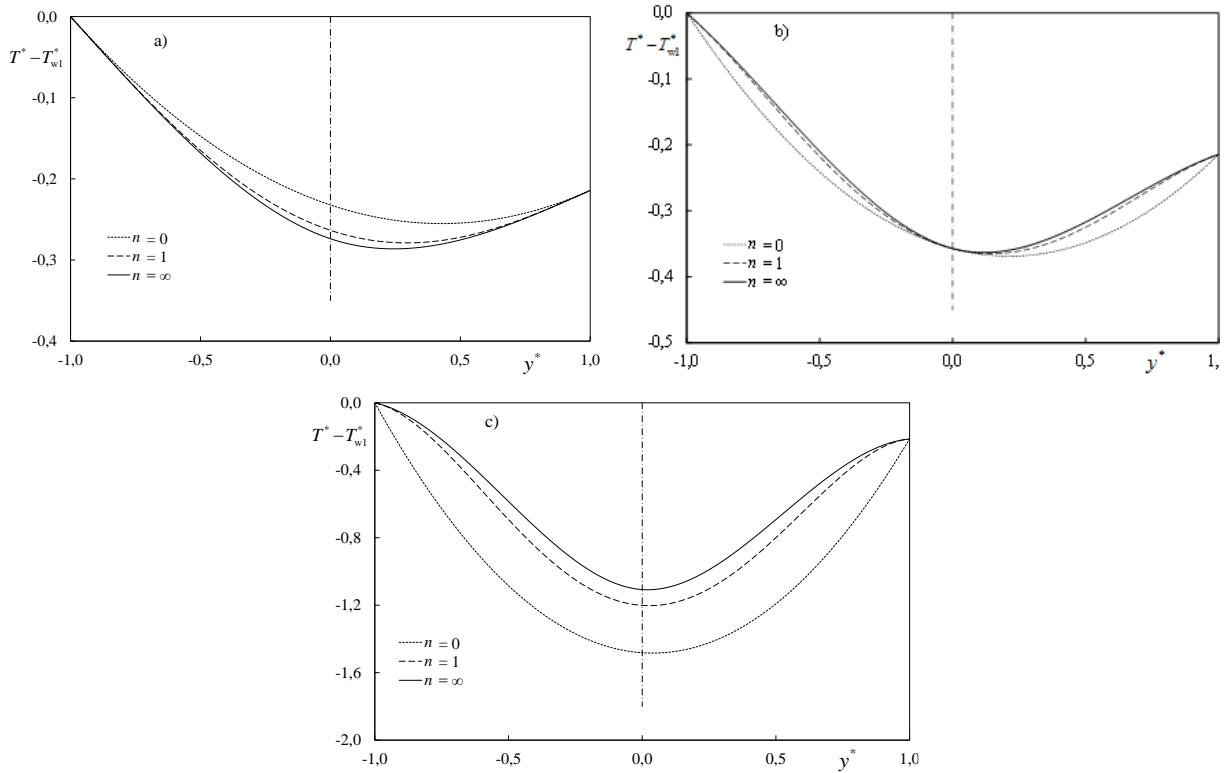


Figura 2-8 - Representação dos perfis de temperatura para uma razão de calor constante, $\Phi=0,4$ e para diferentes valores de Brinkman. a) $Br^*=0$; b) $Br^*=0,125$; c) $Br^*=1,25$.

Na Figura 2-8 estão representados os perfis de temperatura para uma razão de calor constante, $\Phi = 0,4$, e diferentes números de Brinkman, que quantificam a dissipação viscosa, com o intuito de analisar a influência do índice de potência no perfil de temperaturas. Na figura é possível observar que com o aumento da dissipação viscosa, a distribuição do perfil de temperaturas tende a ser simétrica. Pela Figura 2-8 a) é possível observar que quando não se considera a dissipação viscosa, a temperatura varia menos ao longo de yy , o que é sinónimo de maiores coeficientes de transferência de calor. Assim, não é surpresa que para valores baixos de n haja uma menor variação do perfil de temperaturas, já que neste caso a velocidade junto à parede é maior, o que facilita a transferência de calor.

Na equação (2.53) observa-se que a derivada dT^*/dy^* é independente do valor do índice de potência, n , e do número de Brinkman, Br^* , quando calculada no eixo da conduta e nas paredes. Esta independência prende-se ao facto de estas variáveis afectarem de forma simétrica a transferência de calor em toda a secção transversal da conduta. Isto por sua vez está relacionado com a simetria do perfil de velocidades associado a este tipo de geometria, como se pode observar na Figura 2-1. Também é possível observar, relativamente ao perfil de temperaturas, que quando o calor gerado por dissipação viscosa e o calor fornecido nas paredes são iguais, i.e., quando $Br^* = 0,125$, o índice de potência não apresenta um efeito muito pronunciado nos perfis de temperaturas, e a temperatura adimensionalizada T^* é a mesma independentemente do valor de n ou de Br^* , equação (2.54).

$$\left. \frac{dT^*}{dy^*} \right|_{y_1^*=0} = \frac{1}{2(\Phi+1)} - \frac{1}{4} \quad (2.53)$$

$$T^* \Big|_{y_1^*=0} = \frac{1}{2(\Phi+1)} - \frac{1}{2} + T_{w,2}^* \quad (2.54)$$

Na Figura 2-8 c) comprova-se o facto de que quanto maior a dissipação viscosa, maior é a amplitude de temperaturas, sendo a temperatura máxima $T_{w,1}^*$, e a temperatura mínima, situada entre o eixo da conduta e a parede oposta. Este facto é sinónimo de menores coeficientes de transferência de calor, i.e., o aumento de Br^* dificulta a transferência de calor.

Como na Figura 2-8 não é evidente a condição de fronteira dada pela equação (2.29), uma vez que as derivadas para diferentes valores de n não parecem coincidir na parede, utilizou-se uma figura mais detalhada nesta região, Figura 2-9, com diferentes valores de n , para $\Phi=0,4$ e $Br^*=0,125$. Nesta figura é possível observar que para qualquer valor do índice de potência, a derivada na parede é sempre a mesma, sendo também verdade o mesmo para qualquer valor de Br^* .

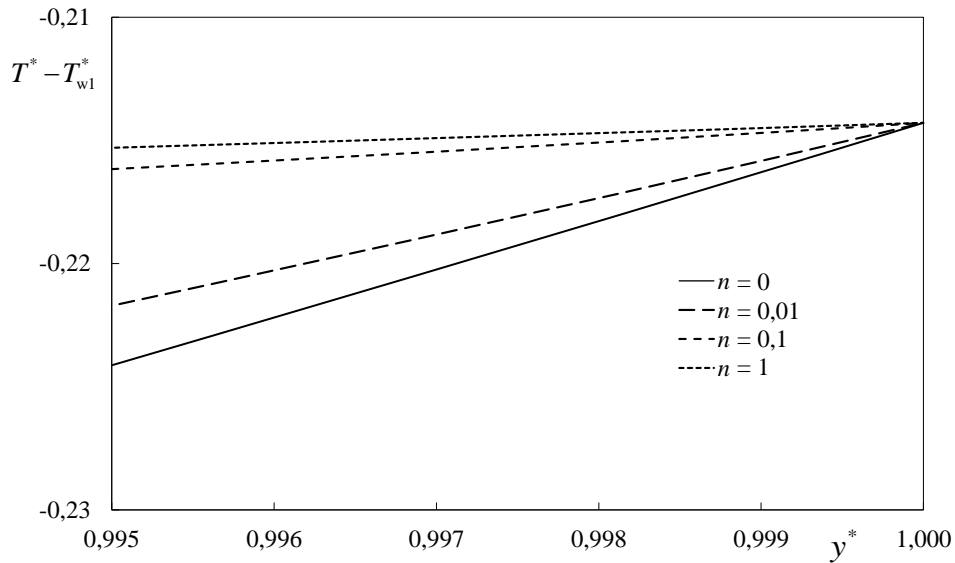


Figura 2-9 - Detalhe do perfil de temperaturas para $\Phi=0,4$ e $Br^*=0,125$ para diferentes valores de n .

3. Cálculo do número de Nusselt pela abordagem tradicional

3.1. Cálculo do número de Nusselt

No capítulo 2 obtiveram-se as expressões que definem o perfil de temperaturas para um escoamento completamente desenvolvido entre placas paralelas com fluxo de calor constante, uma para a parte II da conduta, equação (2.46), outra para a parte I, equação (2.50).

$$T_{y_{II}}^* = -\frac{\eta y_{II}^{\varepsilon+2}}{\varepsilon+2} + \frac{\beta y_{II}^{*2}}{2} + y_{II}^*(\varphi\Phi + \sigma) - \varphi\Phi - \frac{\beta}{2} + \frac{\eta}{\varepsilon+2} - \sigma + T_{w,2}^* \quad (2.46)$$

$$T_{y_I}^* = -\frac{\eta y_I^{\varepsilon+2}}{\varepsilon+2} + \frac{\beta y_I^{*2}}{2} - y_I^*(\varphi\Phi + \sigma) - \varphi\Phi - \frac{\beta}{2} + \frac{\eta}{\varepsilon+2} - \sigma + T_{w,2}^* \quad (2.50)$$

Tendo presentes as expressões que definem o perfil de temperaturas da conduta, podem agora determinar-se as expressões dos números de Nusselt para ambas as paredes.

3.1.1. Dedução das expressões gerais dos números de Nusselt

É necessário definir duas expressões para os números de Nusselt, uma para cada uma das paredes consideradas. Uma maneira de calcular o fluxo de calor na parede 1, $\dot{q}_{w,1}$, é dada pela lei de Newton do arrefecimento, equação (3.1)

$$\dot{q}_{w,1} = h_1(T_{w,1} - \bar{T}) \quad (3.1)$$

em que h_1 representa o coeficiente de transferência de calor por convecção na parede em questão. Utilizando a equação (2.6) para a adimensionalização da temperatura, chega-se à equação (3.2)

$$\dot{q}_{w,1} = h_1(T_{w,1}^* - \bar{T}^*) \frac{\dot{q}_w}{k} D_H \quad (3.2)$$

que por sua vez pode ser simplificada, dando origem à expressão (3.3)

$$\text{Nu}_1 = \frac{\dot{q}_{w,1}}{\bar{\dot{q}}_w} \frac{1}{\left(T_{w,1}^* - \bar{T}^*\right)} \quad (3.3)$$

Por fim, substituindo $\bar{\dot{q}}_w$ por $(\dot{q}_{w,1} + \dot{q}_{w,2})/2$, chega-se então à expressão final de Nu_1 .

$$\text{Nu}_1 = \frac{2}{1 + \Phi} \frac{1}{\left(T_{w,1}^* - \bar{T}^*\right)} \quad (3.4)$$

Analogamente, para a parede 2, chega-se à expressão que dá o número de Nusselt, $\text{Nu}_2 = h_2 D_H / k$, dada pela equação (3.5)

$$\text{Nu}_2 = \frac{2\Phi}{1 + \Phi} \frac{1}{\left(T_{w,2}^* - \bar{T}^*\right)} \quad (3.5)$$

3.1.2. Cálculo da Temperatura de Mistura

Para o cálculo dos números de Nusselt das paredes 1 e 2, equações (3.4) e (3.5) respetivamente, é necessário definir a temperatura de mistura adimensionalizada, \bar{T}^* . Genericamente, a temperatura de mistura, \bar{T} , para uma conduta constituída por duas placas paralelas, é dada por

$$\bar{T} = \frac{\int_{-H}^H u b T dy}{U 2 H b} \quad (3.6)$$

A equação (3.6) dá origem à temperatura de mistura adimensionalizada, dada pela equação (3.7)

$$\bar{T}^* = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 u^* T^* dy^* \quad (3.7)$$

Atendendo ao facto de terem sido utilizadas duas equações para definir o perfil de temperaturas, torna-se necessário dividir o integral definido na equação anterior. A temperatura de mistura passa a ser dada pela equação (3.8)

$$\bar{T}^* = \frac{1}{2} \int_0^1 u^* T_{y_I}^* dy_I^* + \frac{1}{2} \int_0^1 u^* T_{y_{II}}^* dy_{II}^* \quad (3.8)$$

Substituindo as equações (1.14), (2.46) e (2.50) na equação (3.8) e fazendo a sua integração, chega-se à equação que define a temperatura de mistura, equação (3.9). Para a integração da expressão (3.8), à semelhança de outros cálculos feitos anteriormente, foi utilizado o programa Derive 5 da Texas Instruments.

$$\bar{T}^* = T_{w,2}^* - \varphi\Phi - \frac{\beta(\varepsilon+4)}{3(\varepsilon+3)} - \frac{2\varepsilon^2\sigma + \varepsilon(9\sigma - 2\eta) - 4\eta + 9\sigma}{(\varepsilon+3)(2\varepsilon+3)} \quad (3.9)$$

3.1.3. Expressões dos números de Nusselt

Atendendo às definições dos números de Nusselt apresentadas na secção 3.1.1, verifica-se que estes dependem das temperaturas das paredes, da temperatura de mistura e do cociente entre os fluxos de calor das paredes. Do capítulo 2 sabe-se que $T_{w,1}^* = -2\varphi\Phi - 2\sigma + T_{w,2}^*$. Substituindo a equação (3.9) nas equações (3.4) e (3.5) e simplificando, chega-se às expressões dos números de Nusselt para as paredes 1 e 2, dadas por (3.10) e (3.11) respetivamente.

$$Nu_1 = \frac{12(20n^2 + 13n + 2)}{4Br^*(\Phi + 1)(14n^2 + 11n + 2) - \Phi(14n^2 + 11n + 2) + 2(23n^2 + 14n + 2)} \quad (3.10)$$

$$Nu_2 = \frac{12\Phi(20n^2 + 13n + 2)}{4Br^*(\Phi + 1)(14n^2 + 11n + 2) + 2\Phi(23n^2 + 14n + 2) - (14n^2 + 11n + 2)} \quad (3.11)$$

3.1.4. Validação das expressões

Para a validação das equações de Nusselt obtidas, foram utilizadas várias expressões da literatura para casos específicos. Assim, para $\Phi = 1$ e $Br^* = 0$, ambas as equações (3.10) e (3.11) deram origem à equação (3.12), consistente com o resultado de Baptista *et al* (2014) e Mendes (2013). O facto de as diferentes expressões de Nu , Nu_1 e Nu_2 , darem origem à mesma equação é explicado pelo facto de as expressões serem equivalentes quando se faz

$\dot{q}_{w,2} = \dot{q}_{w,1}$, uma vez que neste caso o escoamento é tanto hidrodinâmica como termicamente simétrico.

$$\text{Nu}_1 = \text{Nu}_2 = \frac{240n^2 + 156n + 24}{32n^2 + 17n + 2} \quad (3.12)$$

Para o caso em que apenas $\Phi = 1$, as equações revelaram-se iguais à equação apresentada por Baptista (2014), i.e.,

$$\text{Nu}_1 = \text{Nu}_2 = \frac{240n^2 + 156n + 24}{8\text{Br}^*(14n^2 + 11n + 2) + 32n^2 + 17n + 2} \quad (3.13)$$

Para os casos em que o fluido é Newtoniano, $n = 1$, foram feitas validações para o caso em que se despreza a dissipação viscosa, $\text{Br}^* = 0$, dando origem às equações (3.14) e (3.15). Para o caso em que se considera o efeito da dissipação viscosa e $\Phi = 1$, ambas as equações que definem o número de Nusselt são iguais à equação (3.16).

$$\text{Nu}_1 = \frac{140}{26 - 9\Phi} \quad (3.14)$$

$$\text{Nu}_2 = \frac{140\Phi}{26\Phi - 9} \quad (3.15)$$

$$\text{Nu}_1 = \text{Nu}_2 = \frac{140}{72\text{Br}^* + 17} \quad (3.16)$$

As expressões anteriores estão de acordo com as apresentadas por Shah e London (1978). Para o caso de fluidos Newtonianos, em que se considera simultaneamente Φ e Br^* diferentes de zero, foi feita uma validação da equação (3.11), tendo-se obtido a equação (3.17). Esta equação é equivalente à equação (3.18), obtida por Sheela (2010), sendo que neste último trabalho foi utilizada uma definição diferente do número de Brinkman, Br_F . A relação com a definição utilizada no presente trabalho é dada pela equação (3.19).

$$\text{Nu}_2 = \frac{140\Phi}{24\text{Br}\Phi + 26\Phi - 9} \quad (3.17)$$

$$\text{Nu}_2 = \frac{70}{26 - 9\Phi + 24\text{Br}_F} \quad (3.18)$$

$$\text{Br}^* = \text{Br}_F \frac{2^n \Phi (n+1)^{n+1}}{4(\Phi + 1)(2n+1)n^n} \quad (3.19)$$

Por fim, realizou-se mais um teste, bem sucedido, às equações de Nu obtidas que foi o de verificar se a expressão de Nu₁, equação (3.10), é equivalente à expressão de Nu₂, equação (3.11), quando na primeira Φ é substituído por $1/\Phi$. Esta relação entre as duas expressões tem de existir, pois hidrodinamicamente o escoamento é simétrico, sendo também esse o motivo pelo qual no presente trabalho se variou Φ apenas entre zero e um.

3.2. Análise de resultados

De modo a haver uma melhor compreensão acerca do comportamento do número de Nusselt e do seu grau de dependência das variáveis em análise, procurou-se fazer a sua representação gráfica através da fixação de alguns conjuntos de variáveis e analisando a evolução das equações.

Na Figura 3-1 pode-se observar o comportamento do número de Nusselt que caracteriza a transferência de calor da parede 1, Nu₁, versus o índice de potência, n , para diferentes razões de fluxos de calor, Φ , e diferentes valores de dissipação viscosa, Br^* . Na Figura 3-2 realiza-se a mesma análise, agora para Nu₂.

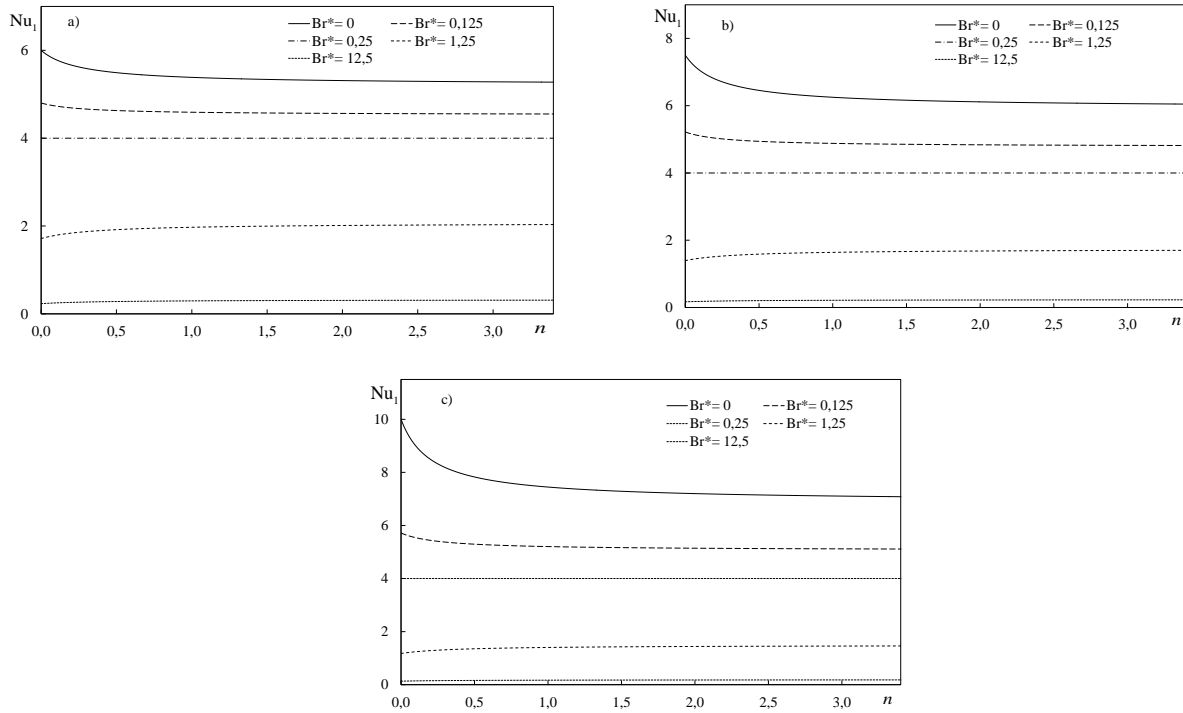


Figura 3-1 - Representação da evolução de Nu_1 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi = 0$; b) $\Phi = 0,4$ e c) $\Phi = 0,8$.

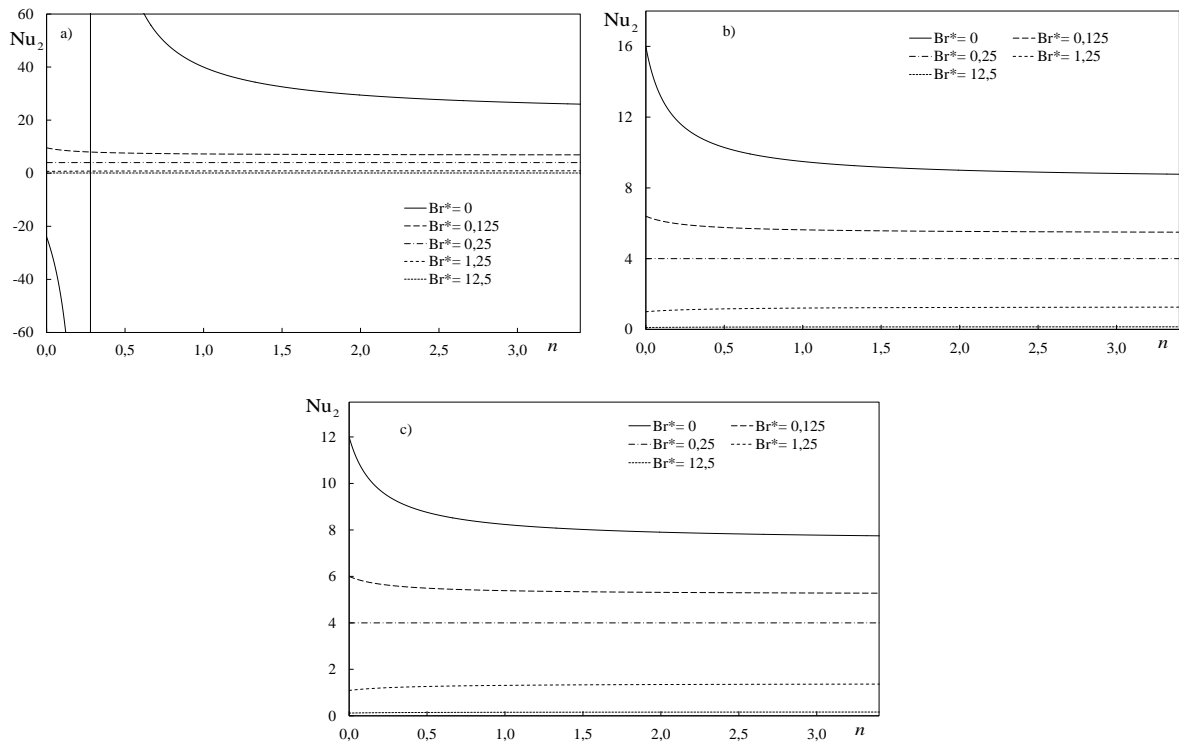


Figura 3-2 - Representação da evolução de Nu_2 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi = 0,4$; b) $\Phi = 0,8$ e c) $\Phi = 1$.

Da análise das figuras é desde logo possível inferir que o índice de potência apenas apresenta uma grande influência no número de Nusselt quando ocorrem simultaneamente baixos valores de Brinkman e de índice de potência. Na Figura 3-2 a) pode ser observado um caso limite, que é uma das limitações da abordagem tradicional utilizada na literatura atualmente, i.e., a utilização de apenas uma temperatura de mistura. Isto leva ao aparecimento de coeficientes de transferência de calor muito elevados e negativos, havendo inclusive descontinuidades no gráfico, não tendo sentido do ponto de vista físico. Os valores negativos do número de Nusselt, ocorrem quando $\bar{T}^* > T_{w,2}^*$, e as descontinuidades, quando $\bar{T}^* = T_{w,2}^*$, conforme se pode observar na equação (3.5). Utilizando a equação (3.9) é possível calcular o valor de Φ que faz com que $\bar{T}^* = T_{w,2}^*$, em função de Br^* e n , equação (3.20)

$$\Phi_{T_{w,2}^*=\bar{T}^*} = \frac{1 - 4Br^*}{4Br^* + \frac{46n^2 + 28n + 4}{14n^2 + 11n + 2}} \quad (3.20)$$

De referir ainda que a Figura 3-2 c) também traduz a evolução de Nu_1 , uma vez que quando $\Phi = 1$ os fluxos de calor em ambas as paredes são iguais. No caso em que não há qualquer fluxo de calor na parede 2, $\Phi = 0$, não há qualquer transferência de calor entre a parede 2 e o escoamento independentemente das restantes variáveis em causa, motivo pelo qual não se fez nenhuma representação gráfica para este caso.

A diminuição, no geral, do número de Nusselt com o aumento de n , está relacionada com o perfil de velocidades e sua evolução com o índice de potência (secção 2.3). Para valores de n baixos, a velocidade junto à parede é mais elevada, o que por sua vez promove a transferência de calor.

O facto de a presença e intensificação da dissipação viscosa conduzir, no geral, à diminuição da transferência de calor, está relacionado com a geração de calor ocorrer essencialmente junto às paredes, como se viu na secção 2.3, o que dificulta o fenómeno em causa. O aumento de Nu_1 com o aumento de n para números de Brinkman elevados, Figura 3-1, está relacionado com o facto de o calor gerado estar localizado junto à parede, Figura 2-5. Com o aumento de n há uma maior uniformização na distribuição da geração de calor por dissipação viscosa, conduzindo a maiores coeficientes de transferência de calor, ao não se gerar tanto calor por dissipação viscosa junto às paredes.

O efeito de Φ será mais bem compreendido no próximo capítulo, onde a nova abordagem proposta, com a utilização de duas temperaturas de mistura, permite a obtenção de números de Nusselt que traduzem melhor o comportamento real dos coeficientes de transferência de calor.

Nas Figuras 3-3 e 3-4 está representado o Número de Nusselt versus a razão de fluxos de calor, Φ , para diferentes valores do índice de potência, n , e também para diferentes valores da dissipação viscosa, Br^* .

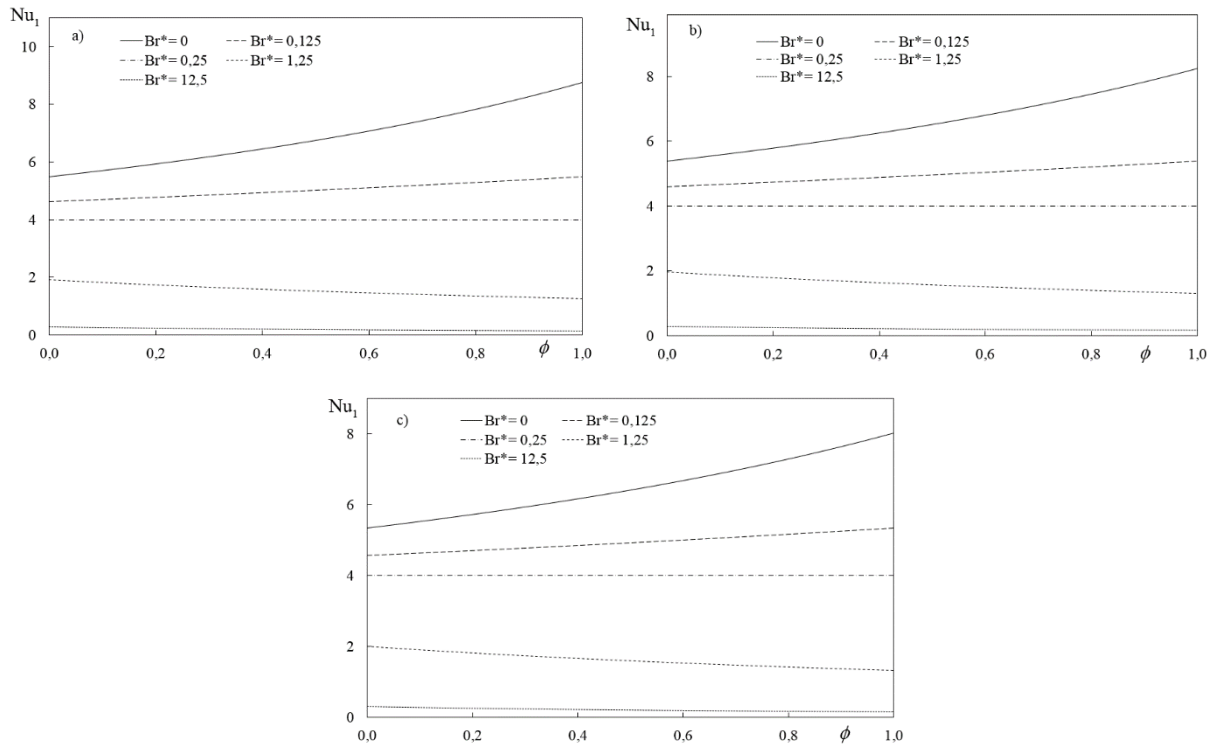


Figura 3-3 - Representação da evolução de Nu_1 com a razão de fluxo de calores, ϕ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0,5$; b) $n=1$; c) $n=1,5$.

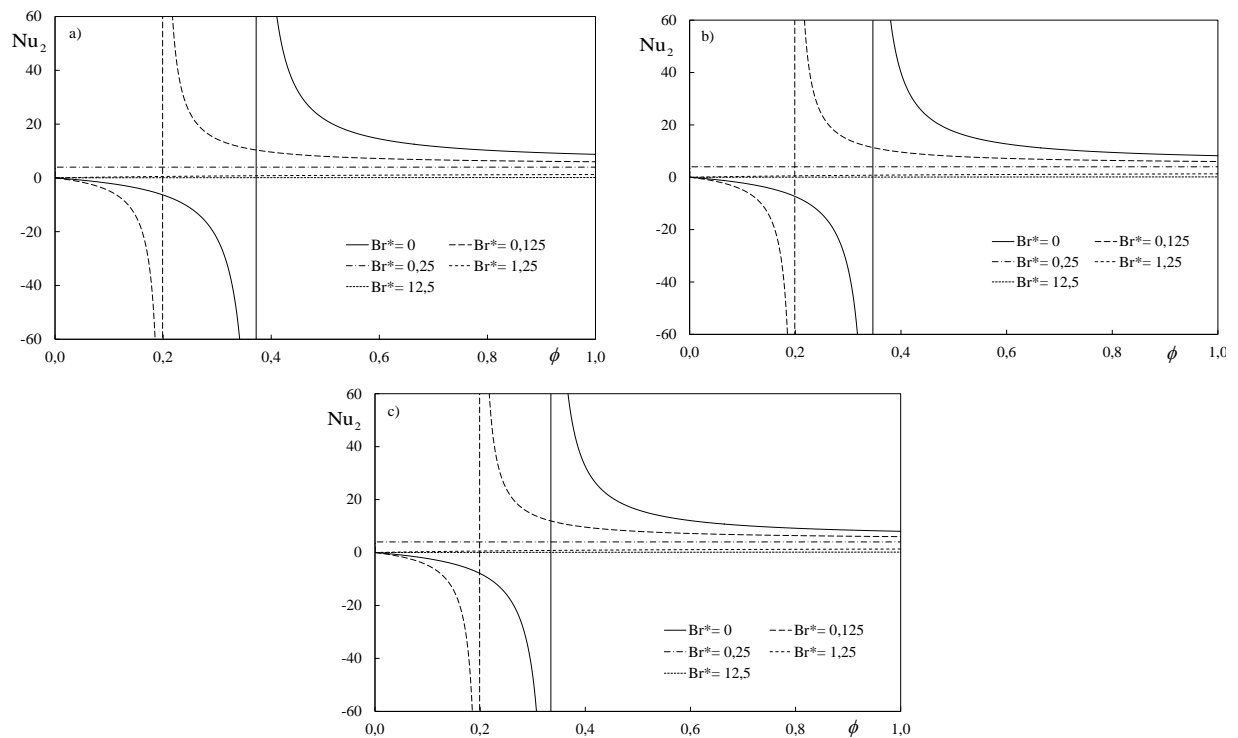


Figura 3-4 - Representação da evolução de Nu_2 com a razão de fluxo de calores, ϕ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0,5$; b) $n=1$; c) $n=1,5$.

Das Figuras 3-3 e 3-4 é visível que o índice de potência apresenta uma influência bastante reduzida no que toca à evolução do número de Nusselt, como já tinha sido evidente

nas Figuras 3-1 e 3-2, onde é possível observar que apenas para valores de n muito baixos, há uma influência maior no número de Nusselt. Relativamente à evolução de Nu_1 , é bastante claro que este aumenta com o aumento da razão entre os fluxos de calor para números de Brinkman baixos e diminui para números de Brinkman elevados. Na Figura 3-3 também é visível o que já foi dito sobre a Figura 3-1 acerca da influência da dissipação viscosa nos coeficientes de transferência de calor, verificando-se que com o aumento de Φ o coeficiente de transferência de calor entre a parede 2 e o escoamento diminui, aumentando o entre a parede 1 e o escoamento.

Na Figura 3-3 também é possível observar uma tendência curiosa, sendo que para números de Brinkman superiores a 0,25, o aumento da razão de fluxos de calor leva a uma diminuição no coeficiente de transferência de calor, sendo um efeito contrário ao verificado para números de Brinkman inferiores a 0,25. Trata-se de um caso singular, que será analisado com mais detalhe no final do presente capítulo. Na Figura 3-4 também é pouco visível a influência do índice de potência na evolução do número de Nusselt.

Nas Figuras 3-5 e 3-6 encontra-se representada a evolução dos números de Nusselt com o número de Brinkman para diferentes valores do índice de potência, n , e para diferentes razões de fluxos de calor.

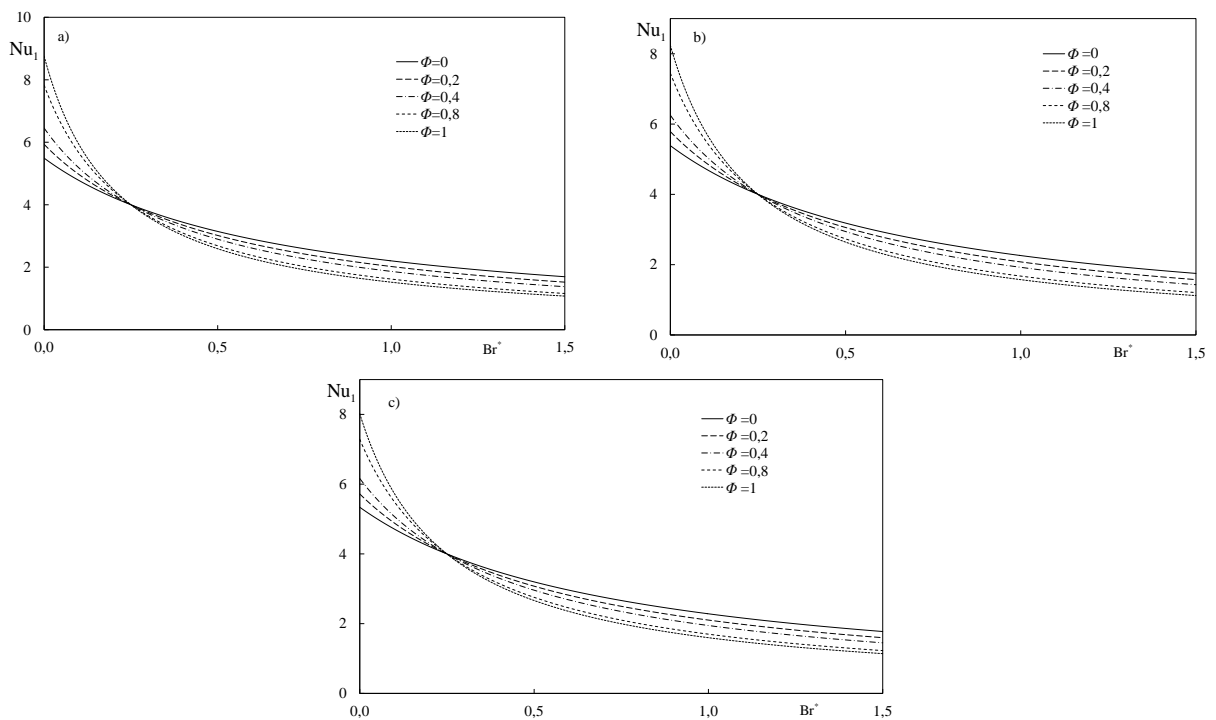


Figura 3-5 - Representação da evolução de Nu_1 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0,5$; b) $n=1$, c) $n=1,5$.

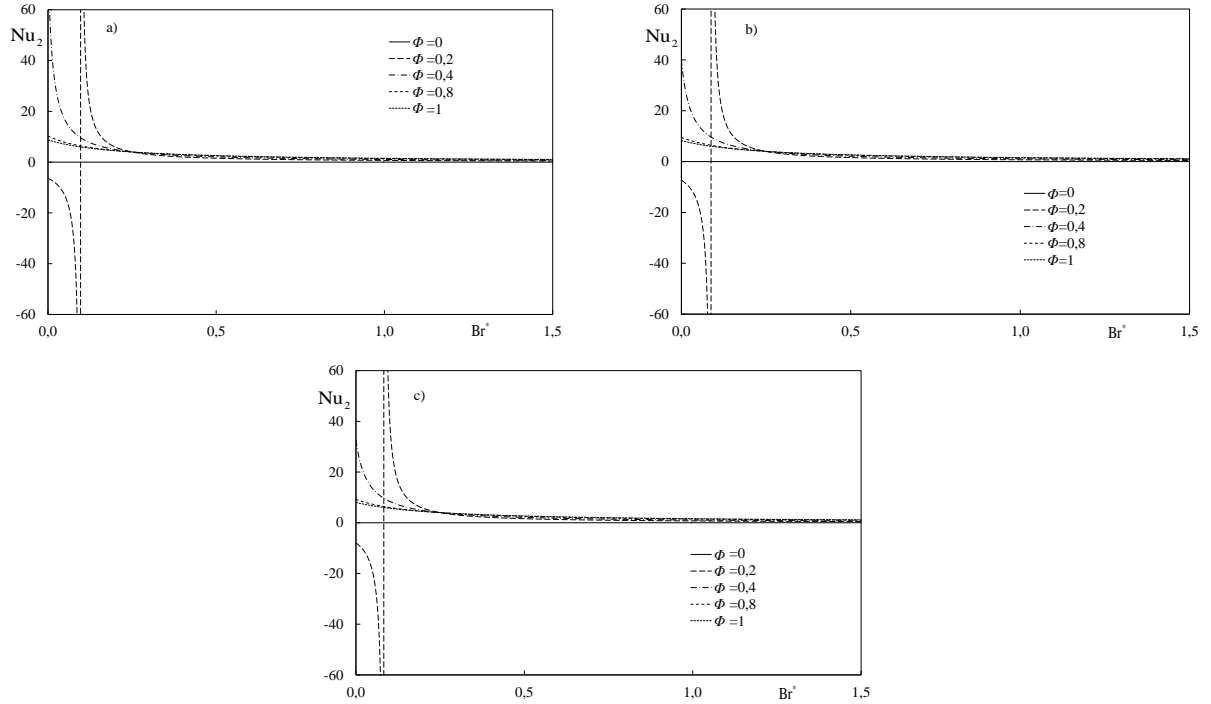


Figura 3-6 - Representação da evolução de Nu_2 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0,5$, b) $n=1$, c) $n=1,5$.

Em ambas as figuras é possível observar a convergência das curvas do número de Nusselt para o mesmo valor, 4, quando o número de Brinkman tende para 0,25, como já antes havia sido referido. O mesmo acontece quando se faz $Br^* = 0,25$ nas equações (3.10) e (3.11), i.e., $Nu_1 = Nu_2 = 4$, independentemente de n e Φ . Também é possível observar que independentemente do índice de potência e da razão de fluxos de calor, o coeficiente de transferência de calor diminui com o aumento de Br^* , como se constatou anteriormente.

Um dado que se pode observar nas Figuras 3-5 e 3-6 é o de que a derivada das curvas de Nu_1 é tanto menor quanto menor for a razão entre os fluxos de calor, verificando-se o contrário para o comportamento de Nu_2 .

3.2.1. Caso particular de $Br^*=0,25$

Nesta secção pretende-se analisar o caso singular que ocorre quando o número de Brinkman toma o valor de 0,25, $\dot{Q}_{\text{dissipação viscosa}} / \dot{Q}_{\text{parede}} = 2$, através da análise de alguns perfis de temperatura, representados na Figura 3-7.

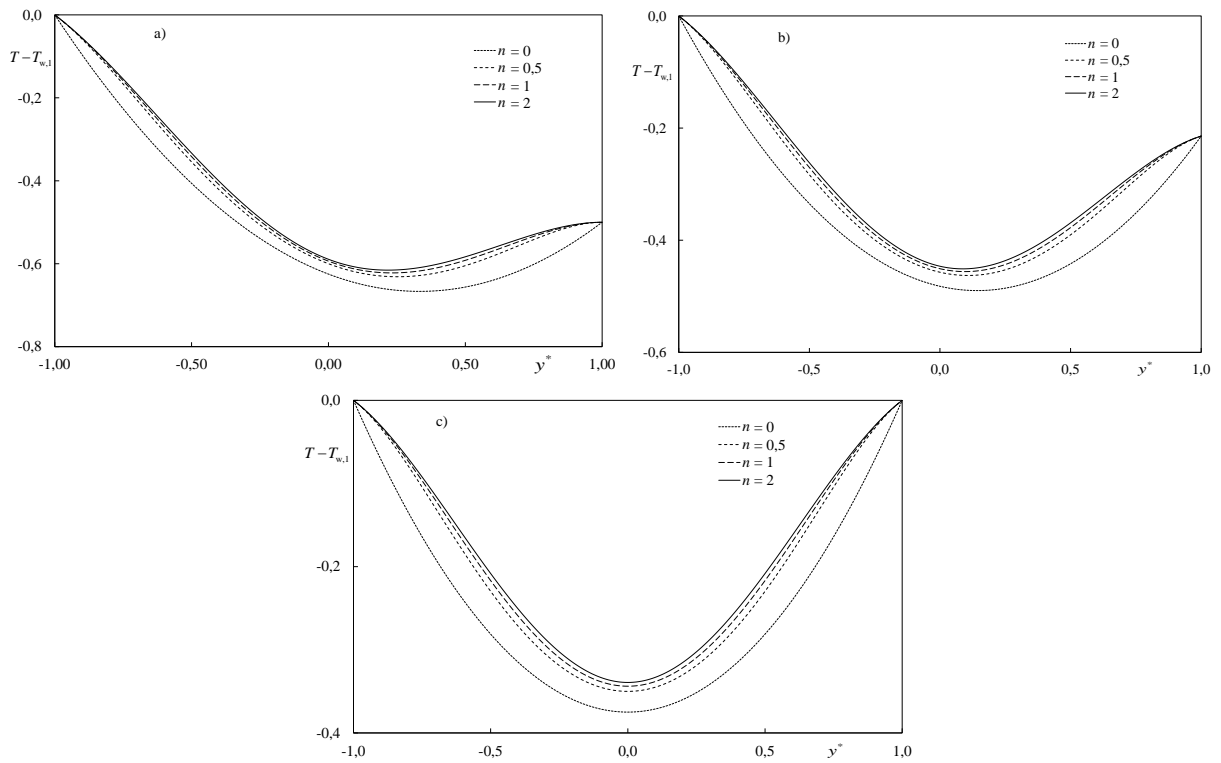


Figura 3-7 - Representação dos perfis de temperatura para $Br^*=0,25$ para diferentes valores de índices de potência e três razões de fluxos de calor.. a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,4$; c) $\Phi=1$.

Através da observação dos perfis de temperatura, é desde logo possível evidenciar que tirando índices de potência com valores muito próximos de zero, os perfis de temperatura são muito semelhantes. Matematicamente, estas diferenças ao nível dos perfis de temperatura são compensadas pelas diferenças que ocorrem ao nível do perfil de velocidades, secção 2.3, originando assim temperaturas de mistura e números de Nusselt constantes. Esta é uma das limitações da utilização de apenas uma temperatura de mistura para o cálculo do número de Nusselt, uma vez que não faz sentido do ponto de vista físico que o número de Nusselt seja simultaneamente independente do índice de potência e da razão de fluxos de calor para um determinado valor do efeito da dissipação viscosa. Uma menor variação da temperatura ao longo de yy , como sucede para valores de n mais elevados é, pelo menos intuitivamente, sinónimo de um maior coeficiente real de transferência de calor, pelo que não é crível que este seja constante como a abordagem tradicional parece fazer crer.

Neste capítulo ficou claro que a abordagem tradicional, onde se utiliza apenas uma temperatura de mistura para toda a secção de passagem, é bastante útil do ponto de vista prático. Isto deve-se ao facto de esta temperatura ser facilmente determinada experimentalmente ou calculada. Contudo, esta origina números de Nusselt que estão longe do comportamento ou do valor real do coeficiente de transferência de calor nas paredes, limitando-se a relacionar a temperatura das paredes com a temperatura de mistura da secção. Do ponto de vista prático isto é o mais importante, sendo por isso que esta abordagem continua e continuará a ser utilizada.

4. Cálculo do número de Nusselt pela nova abordagem

Neste capítulo apresenta-se a abordagem proposta para o cálculo dos números de Nusselt relativos à transferência de calor nas paredes da conduta para o fluido lei de potência e respetivos resultados. No capítulo 3 foram explicadas as limitações da abordagem tradicional e a necessidade, do ponto de vista físico, de uma nova metodologia de cálculo. Esta metodologia permite obter coeficientes de transferência de calor em consonância com a metodologia utilizada atualmente na literatura para os casos em que o perfil de temperaturas é simétrico. Com esta nova abordagem, onde são utilizadas duas temperaturas de mistura ao invés de apenas uma, consegue-se também eliminar os valores negativos e as descontinuidades de Nu decorrentes da abordagem tradicional e que do ponto de vista físico não têm sentido.

A abordagem proposta consiste na separação do perfil de temperaturas em duas secções, uma para cada lado do ponto de derivada nula do referido perfil, $dT^*/dy^* = 0$. Este ponto permite dividir o perfil de temperaturas em duas partes independentes entre si, uma vez que aí não ocorre transferência de calor na direção perpendicular às paredes. Assim, é possível calcular as temperaturas de mistura separadamente para cada uma das partes do perfil de temperaturas assim dividido, permitindo obter um comportamento do número de Nusselt e um coeficiente de transferência de calor equiparáveis aos existentes na literatura para os casos em que o perfil de temperaturas é simétrico. Esta nova abordagem também permite eliminar as descontinuidades e os valores negativos que se verificam na abordagem tradicional.

Atendendo ao facto de o fluxo de calor numa dada parede, i , ser independente da abordagem utilizada, as duas abordagens relacionam-se através da equação

$$h_{\text{(nova abordagem)}} (T_{w,i} - \bar{T}_i) = h_{\text{(abordagem classica)}} (T_{w,i} - \bar{T}) \quad (4.1)$$

Na equação (4.1) observa-se que ambas as abordagens permitem calcular corretamente a temperatura da parede, $T_{w,i}$, sendo conhecido o Nu respetivo e a temperatura de mistura de cada abordagem, \bar{T}_i ou \bar{T} . A principal vantagem da nova abordagem é que permite também calcular o coeficiente de transferência de calor comparável com os do interior de condutas quando o perfil de temperaturas é simétrico, atualmente existentes na literatura, , embora à custa do cálculo de uma temperatura de mistura, \bar{T}_i , que não é imediato nem prático. Deste modo, é de esperar que a abordagem clássica continue a ser utilizada, já que a temperatura de mistura em toda a secção, \bar{T} , é fácil de calcular e de ser determinada experimentalmente. Também do ponto de vista prático, mais importante do que conhecer o coeficiente de transferência de calor, é poder calcular a temperatura da parede. Já do ponto de vista físico, é também importante poder calcular um coeficiente de transferência de calor mais genérico, uma vez que este pode ser diretamente comparável com os valores homólogos de muitas outras situações.

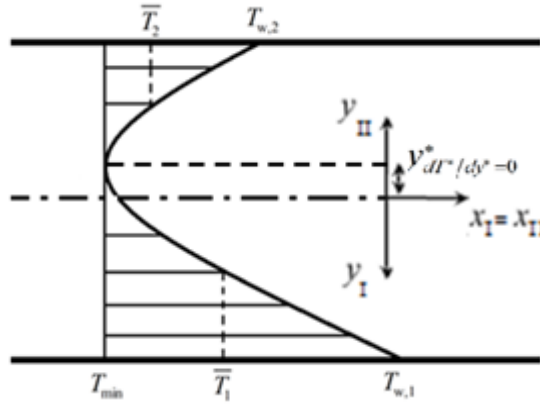


Figura 4-1 - Representação gráfica da abordagem proposta de duas temperaturas de mistura, uma para cada lado do ponto de derivada nula do perfil de temperaturas.

Na Figura 4-1 estão representadas as temperaturas das paredes 1 e 2, $T_{w,1}$ e $T_{w,2}$ respectivamente, as temperaturas de mistura correspondentes a cada uma das partes do perfil de temperaturas, \bar{T}_1 e \bar{T}_2 , assim como a temperatura mínima do perfil de temperaturas, T_{min} , para a qual $dT^*/dy^* = 0$. Como se pode observar, quando o perfil de temperaturas não é simétrico, há uma diferença substancial nas temperaturas de mistura que são utilizadas para o cálculo dos números de Nusselt correspondentes às paredes 1 e 2. É também fácil de perceber que com a abordagem proposta se eliminam as discontinuidades e números negativos do número de Nusselt correspondentes à abordagem tradicional, uma vez que se elimina o problema da temperatura de mistura ser igual ou superior à temperatura de parede mais baixa.

4.1. Cálculo do número de Nusselt

4.1.1. Cálculo das temperaturas de mistura

O cálculo das temperaturas de mistura da nova abordagem é feito de modo semelhante ao capítulo 3, mas com algumas alterações ao nível dos limites de integração. Assim, a expressão que define a temperatura de mistura correspondente à parede 1, \bar{T}_1 , é

$$\bar{T}_1 = \frac{\int_{-H}^{y_{dT^*/dy^*=0}} ubTdy}{\int_{-H}^{y_{dT^*/dy^*=0}} ubdy} \quad (4.2)$$

Adimensionalizando a equação (4.2), chega-se à expressão que dá a temperatura de mistura adimensional da parede 1, equação (4.3)

$$\overline{T}_1^* = \frac{\int_{-1}^{y_{dT^*/dy^*=0}^* u^* T^* dy^*}{\int_{-1}^{y_{dT^*/dy^*=0}^* u^* dy^*} \quad (4.3)$$

Uma vez que o perfil de temperaturas apresentado no capítulo 2 é definido a partir de duas expressões, uma para cada lado do ponto de derivada nula, e atendendo a que a análise do comportamento do número de Nusselt é feita para valores de Φ entre 0 e 1, a coordenada $y_{dT^*/dy^*=0}^*$ está sempre mais próxima da parede 2, região II. A temperatura de mistura correspondente à parede 1 passa então a ser dada pela equação (4.4)

$$\overline{T}_1^* = \frac{\int_0^1 u^* T^* dy_I^* + \int_0^{y_{dT^*/dy^*=0}^*} u^* T^* dy_{II}^*}{\int_0^1 u^* dy_I^* + \int_0^{y_{dT^*/dy^*=0}^*} u^* dy_{II}^*} \quad (4.4)$$

Aplicando um raciocínio análogo ao do cálculo da temperatura de mistura da parede 1, a temperatura de mistura da parede 2, correspondente à outra zona do perfil de temperaturas, $y_{dT^*/dy^*=0}^* < y^* < 1$, é dada pela equação (4.5)

$$\overline{T}_2^* = \frac{\int_{y_{dT^*/dy^*=0}^*}^1 u^* T^* dy_{II}^*}{\int_{y_{dT^*/dy^*=0}^*}^1 u^* dy_{II}^*} \quad (4.5)$$

O ponto de derivada nula, $y^*=y_{dT^*/dy^*=0}^*$, é obtido como sendo a raiz da equação (4.6), apresentada no capítulo 2 aquando da definição do perfil de temperaturas

$$\frac{dT^*}{dy_{II}^*} = -\frac{y_{II}^{*c+1}(\theta + \beta)}{\varepsilon + 1} + \beta y_{II}^* + \varphi \Phi + \frac{\theta - \beta \varepsilon}{\varepsilon + 1} = 0 \quad (4.6)$$

Por normalmente não haver solução analítica para a raiz da equação (4.6), recorreu-se ao Excel para a obtenção de soluções numéricas e de seguida compararam-se as mesmas com soluções obtidas analiticamente para os casos particulares de $n=0$, $n=0,5$ e $n=1$. Para $n=1$ e $n=0$ obtiveram-se as expressões (4.7) e (4.8) respetivamente. O ficheiro Excel utilizado encontra-se num cd anexo ao manuscrito.

$$y_{dT^*/dy^*=0}^* = \frac{2\sqrt{8Br^*+1} \sin \left(\frac{\arcsin \left(\frac{(\Phi-1)\sqrt{24Br^*+1}}{(\Phi+1)(8Br^*+1)^{3/2}} \right)}{3} \right)}{\sqrt{24Br^*+1}} \quad (4.7)$$

$$y_{dT^*/dy^*=0}^* = \frac{1-\Phi}{(\Phi+1)(8Br^*+1)} \quad (4.8)$$

A solução analítica obtida para $n = 0,5$, equação (4.9), é, como se verifica, bastante mais extensa do que as anteriores.

$$y_{dT^*/dy^*}^* = \frac{\sqrt{2} \left(\sqrt{(d-c)^{1/3} + (c+d)^{1/3}} - \sqrt{2\sqrt{(d-c)^{2/3} - (c+d)^{1/3}(d-c)^{2/3} + (c+d)^{2/3} - (d-c)^{1/3} - (c+d)^{1/3}}} \right)}{2e} \quad (4.9)$$

onde c , d e e são dados pelas equações (4.10), (4.11) e (4.12) respetivamente.

$$c = \sqrt{2} \sqrt{2048Br^{*4}(\Phi+1)^3 + 1024Br^{*3}(\Phi+1)^3 + 192Br^{*2}(\Phi+1)^3 + (\Phi^2+3)(32Br^*\Phi+\Phi)} \quad (4.10)$$

$$d = (\Phi+1)^{3/2} (8Br^*+1)^2 \quad (4.11)$$

$$e = (\Phi+1)^{1/4} (32Br^*+1)^{1/3} \quad (4.12)$$

As expressões utilizadas para o cálculo dos números de Nusselt nas paredes 1 e 2 são as mesmas que foram apresentadas no capítulo anterior, equações (3.4) e (3.5), utilizando-se agora as duas temperaturas de mistura, \bar{T}_1^* e \bar{T}_2^* , como já foi referido no início deste capítulo.

Uma vez que a nova abordagem utiliza duas temperaturas de mistura, só foi possível realizar a validação dos novos resultados por comparação com os resultados da abordagem tradicional em dois casos particulares em que o resultado obtido tem de ser o mesmo. São eles $\Phi = 0$ e $Br^* = 0$ num caso e $\Phi = 1$ no outro. Em ambos os casos os resultados obtidos pelas

duas abordagens foram os mesmos, o que confere alguma segurança aos resultados obtidos, apresentados na secção seguinte.

4.2. Apresentação e análise de resultados

Nesta secção são apresentados e discutidos os resultados de Nu_1 e Nu_2 obtidos através da nova abordagem e a forma como dependem das variáveis independentes Br^* , Φ e n .

Nas Figuras 4-2 e 4-3 pode-se observar a evolução do número de Nusselt em função do índice de potência, n , para diferentes valores de dissipação viscosa, Br^* e diferentes razões de fluxos de calor, Φ .

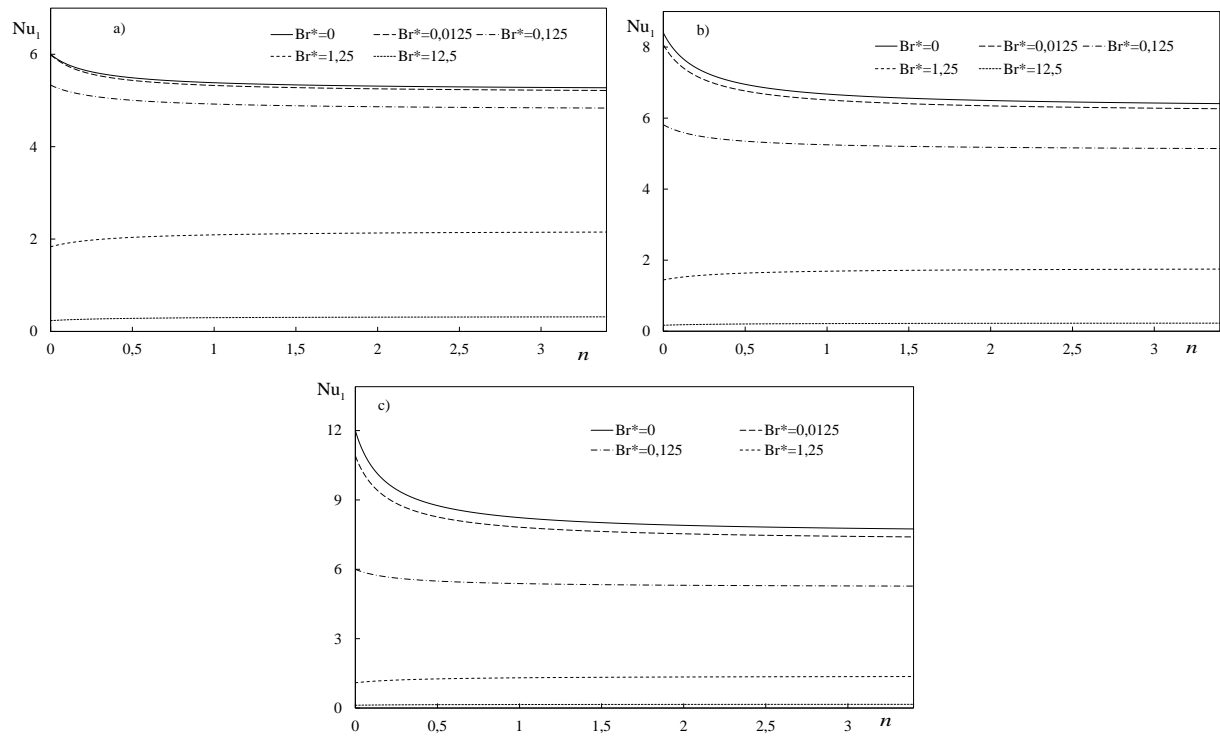


Figura 4-2 - Representação da evolução de Nu_1 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi=0$; b) $\Phi=0,4$; c) $\Phi=1$.

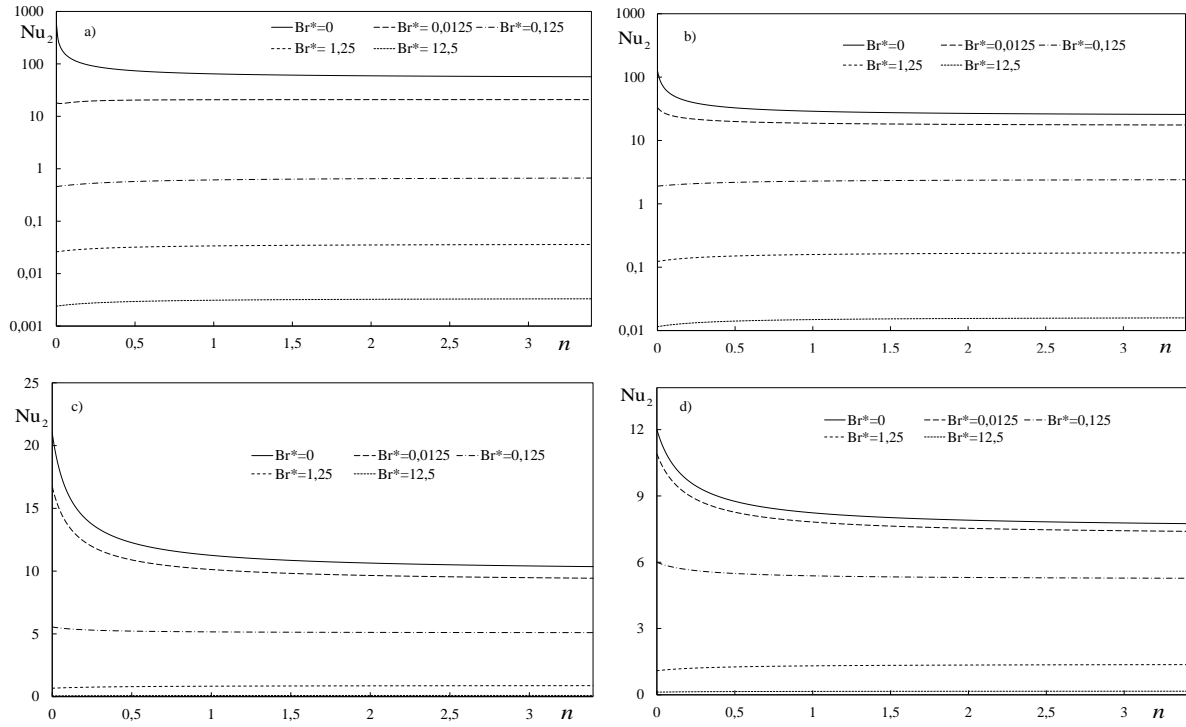


Figura 4-3 - Representação da evolução de Nu_2 com o índice de potência, n , para diferentes fluxos de calor; distintos números de Brinkman. a) $\Phi = 0,01$, b) $\Phi = 0,05$, c) $\Phi = 0,4$, d) $\Phi = 1$.

Em ambas as figuras é possível observar que para valores de índice de potência baixos, i.e., para $n < 1$, a sua variação conduz a variações bastante significativas no número de Nusselt, e conseqüentemente no coeficiente de transferência de calor. Também se pode constatar que para números de Brinkman baixos, o número de Nusselt diminui com o aumento do índice de potência, verificando-se o oposto para números de Brinkman elevados. Para baixos valores de n , o perfil de velocidades tende para um perfil pistão, que se traduz em maiores velocidades junto às paredes, promovendo a transferência de calor quando Br^* é baixo e dificultando a transferência de calor para valores de Brinkman mais elevados, já que a zona de maiores gradientes de velocidade, onde é gerado o calor por dissipação viscosa, também se aproxima das paredes.

Relativamente ao comportamento de Nu_2 , Figura 4-3, é agora possível uma análise mais realista comparativamente à abordagem tradicional. Esta nova abordagem garante que a temperatura de mistura de cada parede está sempre entre a temperatura mínima do perfil de temperaturas e a temperatura da parede correspondente. Com isto, consegue-se a eliminação de descontinuidades e valores negativos no gráfico de Nu_2 , como se vai observar ao longo desta secção. Ainda relativamente à Figura 4-3, gráficos a) e b), é possível observar que para razões de fluxos de calor baixas, $\Phi = \dot{q}_{w,2} / \dot{q}_{w,1}$, os números de Nusselt tendem para valores bastante elevados. Isto pode ser explicado pela conjugação de dois factores. Por um lado, para um mesmo Br^* , se Φ diminui, o mesmo acontece com $\dot{q}_{w,2}$, o que aproxima a temperatura de mistura da parede 2, \bar{T}_2^* , da temperatura de parede 2, $T_{w,2}^*$. Por outro lado, o ponto para o qual

$y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$, ao qual corresponde a temperatura mínima do perfil, é função de Φ e neste caso, com a diminuição de Φ , aproxima-a da parede 2, o que combinado com a aproximação da temperatura de mistura à temperatura da parede, resulta num maior número de Nusselt, Nu_2 . O facto de Φ diminuir aumenta o coeficiente de transferência de calor mas ao simultaneamente aproximar o perfil de temperaturas da região onde o gradiente de velocidade é elevado, i.e., onde se gera o calor por dissipação viscosa, também faz com que este fique bastante dependente do número de Brinkman. Como se pode observar na Figura 4-3 a), um ligeiro aumento de Br^* traduz-se numa diminuição acentuada de Nu_2 .

Nas Figuras 4-4 e 4-5 encontram-se representados os números de Nusselt das paredes 1 e 2 respetivamente, em função da razão de fluxos de calor, Φ , para diferentes valores do índice de potência, n , e também para diferentes valores de dissipação viscosa, Br^* .

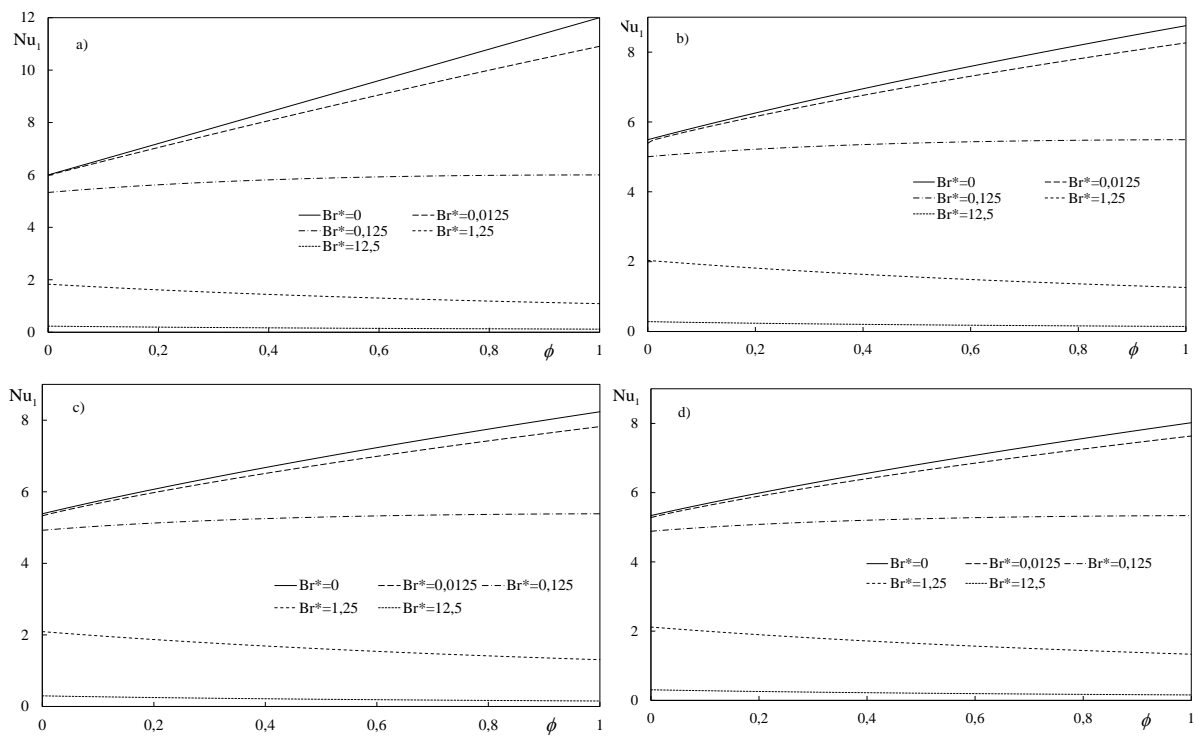


Figura 4-4 - Representação da evolução de Nu_1 com a razão de fluxo de calores, Φ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0$; b) $n=0,5$; c) $n=1$; d) $n=1,5$

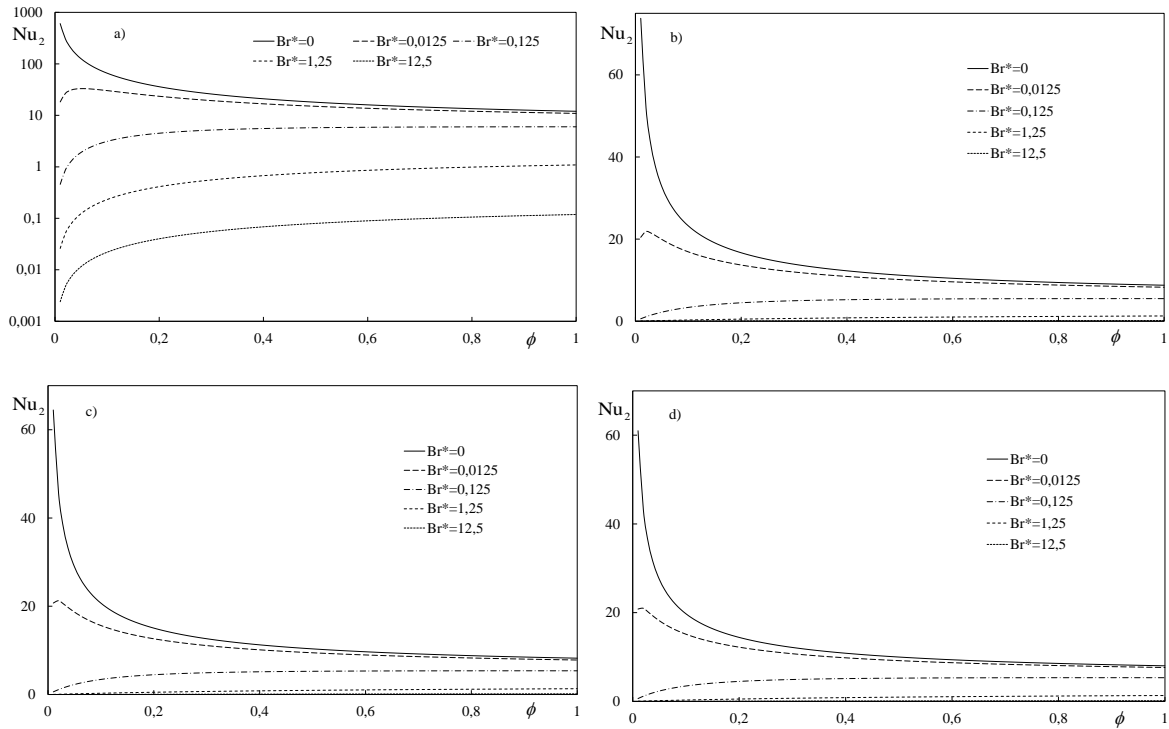


Figura 4-5 - Representação da evolução de Nu_2 com a razão de fluxo de calores, Φ , para diferentes valores de índice de potência, distintos números de Brinkman. a) $n=0$, b) $n=0,5$, c) $n=1$, d) $n=1,5$

Na Figura 4-4 é possível observar que independentemente do valor de n considerado, a evolução de Nu_1 é semelhante. Quanto maior é o número de Brinkman, menor é o número de Nusselt, e consequentemente menor o coeficiente de transferência de calor. Também é possível observar que com o aumento de $\Phi = \dot{q}_{w,2} / \dot{q}_{w,1}$, $\dot{q}_{w,1}$ diminui, o que facilita a transferência de calor como se referiu anteriormente, mas o ponto em que $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$ aproxima-se da parede 1. Esta aproximação à região de gradientes velocidade elevados e onde também se gera o calor por atrito viscoso, leva a que este tenha um peso cada vez maior no perfil de temperaturas da parede 1, compreendido entre $-1 < y^* < y_{dT^*/dy^*=0}^*$, aumentando assim Nu_1 , para números de Brinkman baixos, e diminuindo-o para Br^* elevados, como já foi referido anteriormente.

Na Figura 4-5 continua a verificar-se o comportamento já referido embora na forma inversa, i.e., com o aumento de Φ , $\dot{q}_{w,2}$ aumenta, dificultando a transferência de calor e diminuindo Nu_2 . Ao afastar-se da parede 2, e da região de gradientes de velocidade elevados, o ponto em que $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$ conduz a uma menor dependência de Nu_2 do número de Brinkman e proporciona num ligeiro aumento de Nu_2 para valores mais elevados de Br^* . Isto verifica-se devido à diminuição do peso da região de gradientes velocidade elevados, onde se gera o calor por atrito viscoso, no perfil de temperaturas da região II, perfil este compreendido no intervalo $y_{dT^*/dy^*=0}^* < y^* < 1$. De salientar que para valores da razão de fluxos de calor nas paredes inferiores a 0,2, os valores de Nusselt apresentam uma grande sensibilidade ao número de Brinkman, algo que não se pode constatar quando se utiliza a abordagem clássica.

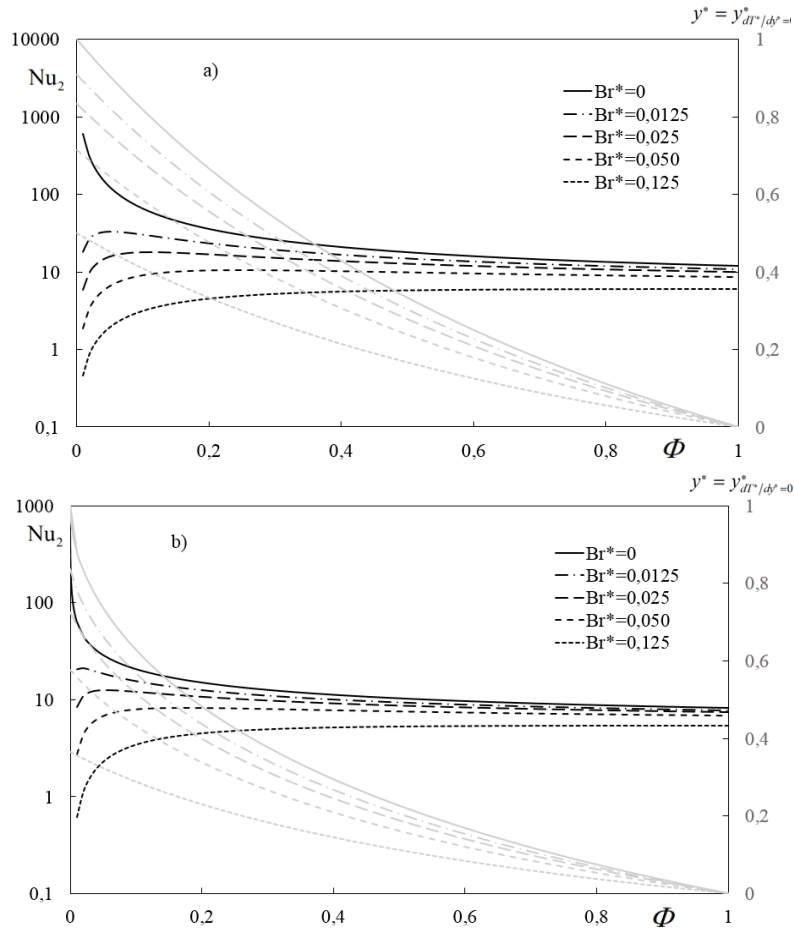


Figura 4-6 - Representação da evolução de Nu_2 , a preto, e de $y^* = y^*_{dT^*/dy^*=0}$, a cinzento, com a razão de fluxo de calores, Φ , diferentes valores de Brinkman. a) $n=0$, b) $n=1$.

Na Figura 4-6, encontra-se de uma forma mais detalhada o comportamento de Nu_2 com a diminuição de Φ para números de Brinkman relativamente pequenos. É desde logo evidente a sobreposição do efeito do calor gerado por dissipação viscosa e da razão de fluxos de calor. Também na figura se encontra representado o comportamento do valor de $y^*_{dT^*/dy^*=0}$ em função de Br^* e de Φ .

Na Figura 4-7 observa-se um aumento de Nu_2 com a diminuição de Φ para alguns valores de Brinkman, até se atingir um máximo, seguido de uma diminuição até ao valor de 0, para $\Phi = 0$, como já era expectável. Os valores para os quais se verifica esta sobreposição de efeitos foram calculados e constatou-se que para $n = 0$ este valor máximo de Nu ocorre quando $Br^* < 0,125$, enquanto que para $n = 1$ se verifica para $Br^* < 0,130$. Para $Br^* = 0$, Nu_2 aumenta sempre com a diminuição de Φ , só se anulando quando $\Phi = 0$. Para os restantes Brinkman analisados, verifica-se que o número de Nusselt diminui monotonamente com a diminuição de Φ , podendo-se concluir que o efeito de geração de calor por dissipação viscosa prevalece sobre o calor fornecido nas paredes. Para números de Brinkman muito baixos, caso de 0,0125 e 0,025, uma diminuição inicial de Φ , e consequentemente de $\dot{q}_{w,2}$, leva a uma aproximação da temperatura de mistura, \bar{T}_2^* , à temperatura da parede, $T_{w,2}^*$, e simultaneamente uma aproximação

à parede do ponto para o qual $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$, conduzindo a um aumento de Nu_2 . Contudo, na presença de dissipação viscosa, ao se continuar a diminuir Φ , o ponto para o qual $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$ se aproxima da região afetada pelo calor gerado por dissipação viscosa e o número de Nusselt diminui. Torna-se assim evidente que para números de Brinkman muito baixos, ao contrário daquilo que se verifica nos outros valores do gráfico, há uma prevalência do efeito da diminuição do calor fornecido nas paredes relativamente ao efeito da dissipação viscosa, sendo que este efeito é invertido para valores de Φ muito baixos.

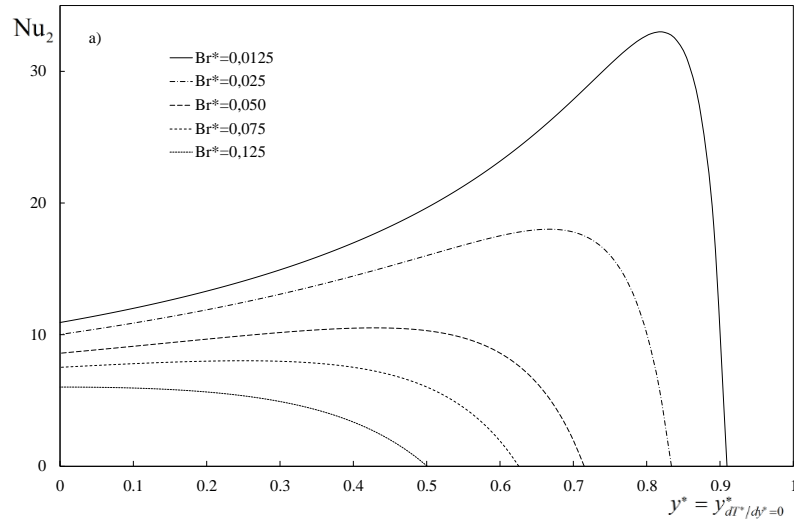


Figura 4-7 - Representação da evolução de Nu_2 em função de $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$, diferentes Br^* , $n=0$

Na Figura 4-7 encontra-se representada a evolução de Nu_2 com a localização do respetivo ponto do perfil de temperaturas cuja derivada é nula, $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$, para $n=0$ e diferentes números de Brinkman. Verificou-se que para outros valores de n a evolução é semelhante, tendo-se optado por representar apenas um caso. A figura ilustra claramente o que se referiu no parágrafo anterior, i.e., o aumento gradual de Nu_2 até se atingir um valor máximo, $Nu_{2\text{máx.}}$, e em seguida a sua diminuição com a aproximação de $y_{dT^*/dy^*=0}^*$ à parede e à região afetada pelo calor gerado com a dissipação viscosa. Para valores de Br^* mais elevados esta região estende-se a toda a secção dando origem a uma diminuição monótona de Nu_2 com $y_{dT^*/dy^*=0}^*$.

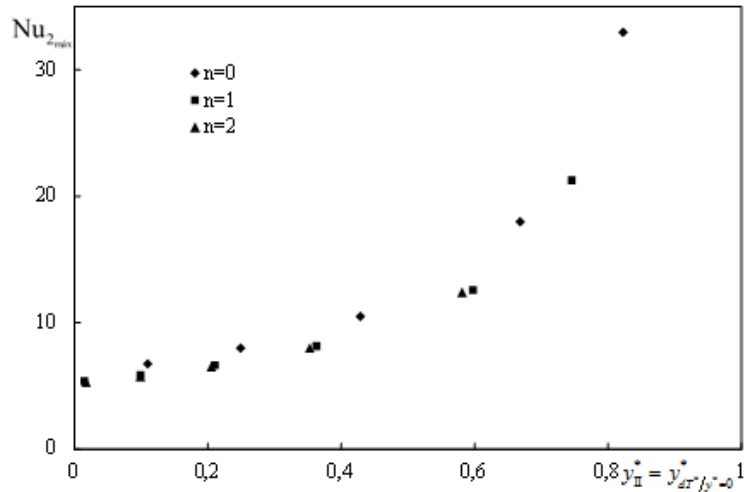


Figura 4-8 - Representação dos valores de $Nu_{2máx}$ para diferentes valores de n .

Na Figura 4-8 encontra-se apresentada a evolução dos valores de Nusselt máximos, $Nu_{2máx.}$, discutido anteriormente, em função do respectivo valor $y_{dT^*/dy^*=0}^*$ para valores de n distintos, $n = 0$, $n = 1$ e $n = 2$, sendo que alguns dos valores para $n = 0$ resultam da Figura 4-7. Curiosamente, o valor de $Nu_{2máx.}$ apresenta uma grande correlação com o respectivo valor de $y_{dT^*/dy^*=0}^*$, apresentando uma dependência muito reduzida do índice de potência, n .

Nas Figuras 4-9 e 4-10 encontra-se representada a evolução dos números de Nusselt, Nu_1 e Nu_2 respetivamente, desta feita em função do número de Brinkman, para diferentes valores do índice de potência e razões de fluxos de calor.

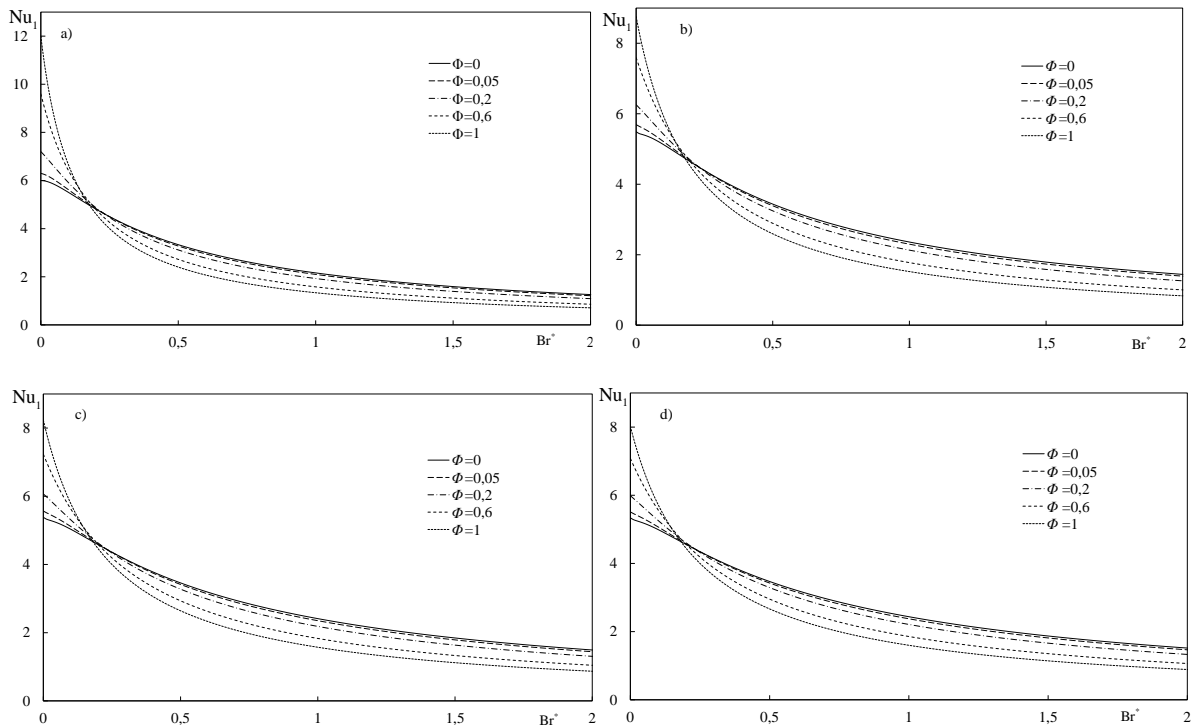


Figura 4-9 - Representação da evolução de Nu_1 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0$; b) $n=0,5$; c) $n=1$; d) $n=1,5$

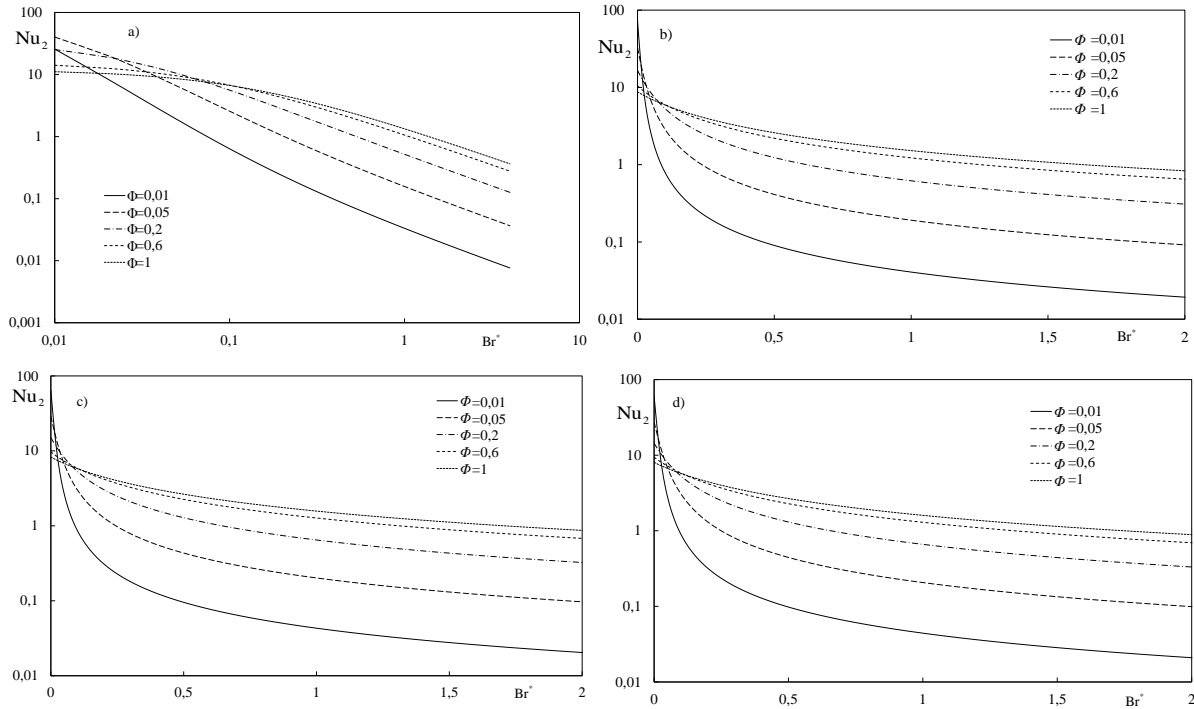


Figura 4-10 - Representação da evolução de Nu_2 com o número de Brinkman, Br^* para diferentes valores de índice de potência, distintos fluxos de calor. a) $n=0$, b) $n=0,5$, c) $n=1$ d) $n=1,5$

Em ambas as figuras é evidente que o coeficiente de transferência de calor das paredes diminui com o aumento do número de Brinkman, como esperado, uma vez que há mais calor gerado junto às paredes relativamente ao calor aí fornecido.

Mais uma vez se nota em ambas as figuras que, para Br^* baixos, quando o calor fornecido numa dada parede é baixo, i.e., $y^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$ se encontra próximo dessa parede, o número de Nusselt respetivo é elevado. Contudo, para esse mesmo Φ , quando Br^* toma valores mais elevados, a dissipação viscosa suplanta o efeito do fluxo de calor e faz baixar o Nusselt respetivo.

No capítulo anterior, correspondente à abordagem tradicional, referiu-se um caso particular, $Br^* = 0,25$, para o qual o número de Nusselt não apresentava qualquer tipo de dependência simultânea de n e de Φ . Este caso foi considerado como uma limitação matemática inerente à abordagem tradicional. Com esta nova abordagem conseguiu-se eliminar esta situação, que do ponto de vista físico não é plausível.

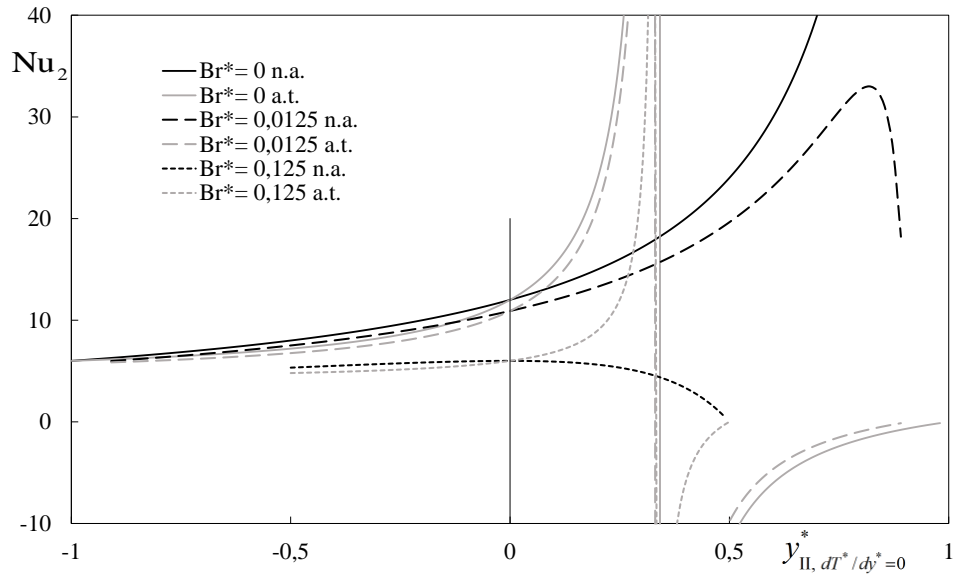


Figura 4-11 - Representação da evolução de Nu_2 em função da distância ao eixo da conduta para $n=0$. Na figura a.t significa abordagem tradicional, enquanto que n.a. significa nova abordagem.

Finalmente, também se verifica que estas duas abordagens originam valores de Nu numa dada parede tão mais semelhantes entre si quanto mais longe dessa parede se encontrar a coordenada $y_{dT^*/dy^*=0}^*$, como se constata na Figura 4-11, onde se representa o valor de Nu_2 em função da coordenada $y_{II}^* = y_{dT^*/dy^*=0}^*$. Como era de esperar, quando $y_{dT^*/dy^*=0}^* = 0$ as duas abordagens dão o mesmo resultado uma vez que os perfis de temperatura são simétricos. Quanto mais longe da parede 2 se encontra o ponto de coordenada $y_{dT^*/dy^*=0}^*$ também mais próximo o valor da temperatura de mistura \bar{T}_2^* se aproxima da temperatura de mistura tradicional, \bar{T}^* , daí que os números de Nusselt resultantes de ambas as abordagens tendam para o mesmo valor.

5. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

5.1. Conclusões

Com o presente trabalho compilou-se a informação atualmente existente na literatura e avaliou-se a aplicabilidade de uma nova abordagem relativamente ao cálculo de números de Nusselt. Recorreu-se à utilização de duas temperaturas de mistura, num escoamento completamente desenvolvido entre placas paralelas de um fluido lei de potência, em regime laminar, considerando-se fluxos de calor constantes e diferentes em ambas as paredes na presença de dissipação viscosa. Pela primeira vez na literatura, com a abordagem tradicional que pressupõe a utilização de apenas uma temperatura de mistura para toda a secção de passagem, foram obtidas expressões matemáticas genéricas para Nu_1 e Nu_2 .

Na análise hidrodinâmica do escoamento, verificou-se uma simetria do perfil de velocidades, que já era expectável devido à geometria da conduta e das considerações feitas ao nível da não variação das propriedades do fluido com a temperatura. Também se observou que uma diminuição do índice de potência favorece um perfil de velocidade pistão, ocorrendo um gradiente de velocidades maior junto às paredes, e consequentemente, aumentando a geração local de calor por dissipação viscosa. Com o aumento do valor de n , o perfil de velocidade passa por uma forma parabólica até adquirir uma forma triangular para valores de n muito elevados, havendo uma maior distribuição da geração de calor por dissipação viscosa na direção perpendicular às paredes.

Relativamente aos perfis de temperatura, verificou-se uma sobreposição de efeitos físicos. Por um lado, a geração de calor por dissipação viscosa, estando diretamente relacionada com o perfil de velocidades, conduz a uma simetria no perfil de temperaturas. Por outro lado, a razão de fluxos de calor, que, à exceção de $\Phi = 1$, i.e., fluxos de calor iguais nas paredes da conduta, faz com que o perfil de temperaturas tenha temperaturas de parede mais altas do lado em que o fluxo de calor é maior. Um dado importante para este trabalho é o comportamento do ponto de derivada nula, i.e., onde a temperatura do perfil de temperaturas é mínima. O aumento do calor gerado por dissipação viscosa é responsável por uma aproximação do ponto de derivada nula ao eixo da conduta, assim como uma variação da razão de fluxos de calor, Φ , para valores diferentes de 1 favorecem o deslocamento deste ponto para as paredes da conduta. O comportamento do ponto de derivada nula, assim como o do perfil de temperaturas, pode ser considerado como resultado da influência destas duas variáveis, como foi analisado ao longo do capítulo 2.

A partir da abordagem tradicional, foi possível observar as inconsistências do ponto de vista físico que ocorrem na evolução do número de Nusselt. Verificou-se que na parede com menor fluxo de calor, para o caso de fortes assimetrias do perfil de temperaturas, há o aparecimento de números de Nusselt negativos e descontinuidades na sua evolução em função das variáveis n , Br^* e Φ . Nestes casos, as fortes assimetrias que se verificam nos perfis de temperaturas resultam numa temperatura de mistura superior à temperatura da parede com menor fluxo de calor. Apesar de haver alguma falta de rigor do ponto de vista físico na abordagem que é aceite na literatura atualmente, há conclusões que se podem retirar relativamente à influência das diferentes variáveis que influenciam o número de Nusselt. Com o aumento do número de Brinkman, que traduz o peso da geração de calor por dissipação

viscosa relativamente ao calor trocado nas paredes, o número de Nusselt diminui. Isto deve-se ao facto de a diferença entre a temperatura de mistura e a temperatura de ambas as paredes aumentar devido à geração de calor se dar preferencialmente em zonas próximas das mesmas. Relativamente ao índice de potência, verifica-se que para números de Brinkman baixos, o número de Nusselt aumenta com a diminuição de n , uma vez que a velocidade junto à parede aumenta, promovendo a transferência de calor. Já para números de Brinkman elevados a diminuição do valor de n leva a uma diminuição do número de Nusselt. Isto está relacionado com o facto de a geração de calor ocorrer principalmente junto às paredes, levando a uma prevalência deste efeito para Br^* elevados relativamente ao aumento de velocidade junto às paredes causado pela diminuição do índice de potência.

Com a nova abordagem implementada, que consiste na utilização de duas temperaturas de mistura, uma para cada zona de influência térmica das paredes da conduta, conseguiu-se eliminar as inconsistências do ponto de vista físico que ocorrem no comportamento do número de Nusselt quando se utiliza a abordagem tradicional. Também foi possível reforçar algumas das conclusões retiradas a partir da abordagem tradicional relativas à influência do índice de potência e do efeito da dissipação viscosa. Com esta abordagem também se pôde compreender melhor a evolução do número de Nusselt com a razão de fluxos de calor, análise que era mais complicada de se fazer na abordagem tradicional devido às limitações já referidas anteriormente. Verificou-se que um aumento de $\dot{q}_{w,1}$ ou $\dot{q}_{w,2}$, leva à diminuição do coeficiente de transferência de calor na parede correspondente, para números de Brinkman baixos e aumenta-o para números de Brinkman elevados.

Com a nova abordagem foi possível estudar o comportamento de Nu_2 para números de Brinkman e para valores de Φ baixos, tendo-se concluído que o valor máximo do número de Nusselt, $Nu_{2máx}$, se correlaciona bastante bem com a localização do ponto de derivada nula do perfil de temperaturas, $y_{dT^*/dy^*=0}$, e ao mesmo tempo apresenta uma dependência muito reduzida do índice de potência, n .

Verificou-se que para razões de fluxos de calor, Φ , baixas, $\Phi < 0,2$ o número de Nusselt correspondente à parede 2, Nu_2 , apresenta uma grande dependência do número de Brinkman, sendo também de referir que a sua dependência com o índice de potência, n , também aumenta. Este facto está relacionado com a geração de calor se dar preferencialmente junto às paredes da conduta, e para razões de fluxos de calor baixas, a parte do perfil de temperaturas correspondente à parede 2 encontra-se na zona de maior gradiente de velocidade e, consequentemente, na zona onde se dá a geração de calor.

A nova abordagem proposta neste trabalho apresenta como principal limitação o facto de não se conseguir obter uma solução analítica para o cálculo da localização do ponto de derivada nula, que divide o perfil de temperaturas em duas zonas. Assim, não se consegue uma solução válida para qualquer valor do índice de potência, o que obriga à utilização de soluções numéricas, que acrescentam complexidade no cálculo das temperaturas de mistura.

Apesar de a nova abordagem introduzir um maior rigor na análise do escoamento do ponto de vista físico, ao se obter coeficientes de transferência de calor diretamente comparáveis com os existentes na literatura para o caso em que o perfil de temperaturas é simétrico, e seguramente mais próximos da realidade, a sua aplicabilidade é mais complexa do que a abordagem tradicional. Como tal, não se espera substituir a metodologia de cálculo utilizada atualmente, mas antes complementá-la.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Seria interessante tentar obter soluções analíticas para os números de Nusselt na mesma geometria estudada, mas para fluidos diferentes em paralelo com a aplicação da nova abordagem.

Posteriormente poderá tentar fazer-se este mesmo estudo em condutas anulares, utilizando este e outros fluidos.

Referências Bibliográficas

- Baptista A., Alves M. A., Coelho P. M. Heat Transfer in Fully Developed Laminar Flow of Power Law Fluids J. Heat Transfer 136(4), 041702 (2014)
- Baptista, A.S., Cálculo simplificado do número de Nusselt em escoamentos laminares de fluidos não-Newtonianos no interior de condutas com temperatura de parede constant, Dissertação para a obtenção de grau de mestre em engenharia mecânica na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (2012).
- Chen, C. H., Effect of viscous dissipation on heat transfer in a non-Newtonian liquid film over an unsteady stretching sheet, J. Non-Newton. Fluid Mech. 135 128–135, (2006)
- Coelho, P.M., and Pinho, F. T., “A generalized Brinkman Number for Non Newtonian Duct Flows”, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 156, pp. 202-206, (2009)
- Coelho, P.M. e Faria, J. C., On the generalized Brinkman number definition and its importance for Bingham fluids, Journal of Heat Transfer ASME Vol. 133, 2011.
- Cruz, D.A., Coelho, P.M. e Alves, M.A., A simplified of Method for Calculating Heat Transfer Coefficients and Friction Factors in Laminar Pipe Flow of Non Newtonian fluids, Journal of Heat Transfer ASME Vol. 134, 2012.
- Etemad, S.Gh. A.S. Majumdar, B. Huang, Viscous dissipation effects in entrance region heat transfer for a power law fluid flowing between parallel plates, Int. J. Heat Fluid Flow 15 122–131, (1994)
- Incropera, F.P., Dewitt, D.P., Bergman, T.L. e Lavine, A.S., Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa, (6a edição), LTC. (2011)
- Jambal, O., Shigechi, Davaa, Momoki, Effects of viscous dissipation and fluid axial heat conduction on heat transfer for non-Newtonian fluids in ducts with uniform wall temperature Part I: Parallel plates and circular ducts, Int. Commun. Heat Mass Transf. 32 (2005) 1165–1173.

Mendes, M.F.S., Cálculo simplificado do coeficiente de atrito e do número de Nusselt em escoamentos laminares de fluidos não-Newtonianos entre placas paralelas), Dissertação para a obtenção de grau de mestre em engenharia mecânica na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2013.

Munson, B.R., Young, D.F., Okiishi, T.H. e Huebsch, W.W., Fundamentals of Fluid Mechanics, (6a edição), John Wiley & Sons, 2009

Pinho, F.T. e Coelho, P.M., Non-Newtonian Heat Transfer, Cap. 17, Encyclopedia of Life Support System (EOLSS), 2009.

Sheela-Francisca, C.P. Tso, Viscous dissipation effects on parallel plates with constant heat flux boundary conditions, Int. Commun. Heat Mass Transf. 36 249–254, 2009.

Skelland, A. H. P, Non-Newtonian Flow and Heat Transfer, Wiley, New York, 1967.

Tso, C.P., Sheela-Francisca, J. and Yew-Mun Hung, Viscous dissipation effects of power-law fluid flow within parallel plates with constant heat fluxes, J. Non-Newton. Fluid Mech., 165, pp. 625–630, 2010.

Anexos

Anexo A: Demonstração da igualdade $\partial T/\partial x = d\bar{T}/dx$

A seguinte demonstração foi adaptada de Cengel e Turner (2005), pág. 873. Os fluxos de calor de nas paredes 1 e 2 podem ser calculados a partir da diferença de temperaturas entre as paredes e a temperatura de mistura, como representado nas equações (A.1) e (A.2) respectivamente.

$$\dot{q}_{w,1} = h_1 (T_{w,1} - \bar{T}) \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{q}_{w,2} = h_2 (T_{w,2} - \bar{T}) \quad (\text{A.2})$$

em que h_1 e h_2 são os coeficientes de transferência de calor das paredes inferior e superior respectivamente, e \bar{T} representa a temperatura de mistura da secção. A equação (A.1) também pode ser escrita através da equação (A.3)

$$T_{w,1} = \frac{\dot{q}_{w,1}}{h_1} + \bar{T} \quad (\text{A.3})$$

Diferenciando a equação (A.3) em ordem a x e tendo em conta que o fluxo de calor da parede é constante, assim como o coeficiente de transferência de calor, chega-se à equação

$$\frac{dT_{w,1}}{dx} = \frac{d\bar{T}}{dx} \quad (\text{A.4})$$

Aplicando o mesmo raciocínio na equação (A.2) chega-se à equação (A.5)

$$\frac{dT_{w,2}}{dx} = \frac{d\bar{T}}{dx} \quad (\text{A.5})$$

Por outro lado é sabido que a seguinte diferença adimensional entre a temperatura de uma das paredes, $T_{w,i}$ e a temperatura de um ponto do perfil de temperaturas $T(y)$,

$\left[T_{w,i} - T(y)\right] / (T_{w,i} - \bar{T})$ não varia ao longo de xx . Diferenciando esta expressão, em ordem à variável x para o caso da parede 1, sabendo que $(T_{w,1} - \bar{T})$ é constante, equação (A.1), temos que,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T_{w,1} - T}{T_{w,1} - \bar{T}} \right) = 0 \quad (\text{A.6})$$

A equação (A.6) toma então a forma dada pela equação (A.7)

$$\frac{1}{(T_{w,1} - \bar{T})} \left(\frac{dT_{w,1}}{dx} - \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (\text{A.7})$$

Simplificando, chega-se a

$$\frac{dT_{w,1}}{dx} = \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

Analogamente, para $T_{w,2}$ pode-se escrever

$$\frac{dT_{w,2}}{dx} = \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{A.9})$$

Combinando as equações (A.8) e (A.9) com as equações (A.4) e (A.5), pode-se então escrever

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{d\bar{T}}{dx} \quad (\text{A.10})$$